

## 2. MODEL UPRAVLJANJA SLOŽENIM DINAMIČKIM SISTEMIMA

*Valerij Borisović Kudrjavcev\*, Biljana Stamatović\*\**

**Sažetak:** U ovom radu predstavljen je matematički model upravljanja složenim dinamičkim sistemima. Dat je pregled neophodnih matematičkih i drugih oblasti potrebnih za izradu ovakvih modela, uz odgovarajuće preporuke.

**Ključne riječi:** *matematički model, složen dinamički sistem*

**Abstract:** A mathematical model of management of complex dynamic systems is proposed. The most important mathematical and other disciplines used in modeling dynamic systems are overviewed. An application in Montenegro is suggested.

**Key words:** *mathematical model, complex dynamic systems*

### 2. 1. UVOD

Sistem je kolekcija elemenata koji su u sadejstvu, čineći jednu cjelinu. Iako su neki sistemi jako komplikovani, ne svrstavaju se u tzv. složene sisteme. Ne postoji jasna definicija složenog sistema (CS – complex system). Međutim, naučnici su u većini saglasni oko nekih od osobina koji sistem svrstavaju u CS. Ove osobine su:

- postoji velik broj sadejstvujućih agenata;
- nepredvidljivost: samooragnizovano ponašanje sistema se izvodi iz „lokalnih” znanja pojedinih agenata;
- ponašanje sistema nije posljedica postojanja centralne kontrole.

Neki od primjera složenih sistema iz raznih oblasti života i rada su:

*Kolonija mrava* [1]: Članovi kolonije mrava obavljaju niz fascinantnih zadataka, kao što su nabavljanje hrane i održavanje mravinjaka. Svaki od članova kolonije ima svoju ulogu. Pri tom, nema centralizovanog upravljanja. Član može da vidi samo svoje neposredno okruženje i na osnovu podataka iz svoje okoline određuje svo-

---

\* Akademik prof. dr V. B. Kudrjavcev, Katedra MATIS MEHMAT-a Moskovski državni univerzitet

\*\* Prof. dr Biljana Stamatovic, Fakultet za informacione sisteme i tehnologije, UDG, Podgorica

ju ulogu i sljedeći korak. Kooperativno ponašanje kolonije mrava rezultira iz lokalnog ponašanja njenih članova, bez centralnog upravljanja. Ovakvo ponašanje kolonije je primjer nepredvidljivog ponašanja (emergent behaviour).

*Neke grupe životinja* [2] [3]: Promjena smjera kretanja jata riba i ptica, ili horde životinja bez centralnog nadzora, prouzrokovana je lokalnim sagledavanjem okoline pojedinog člana.

Slično ponašanje se vidi u *saobraćajnoj gužvi* koja postoji na autoputevima, ili kod samoorganizovanja pješaka [4][5].

Veliki stepen samoorganizovanja je prisutan i u socijalnim mrežama. Kolekcija naučnih radova objavljenih u referentnim žurnalima može se predstaviti usmjerenim grafom<sup>1</sup>, gdje su čvorovi radovi, a lukovi su veze koje povezuju rad sa radovima koji su citirani u njemu. Studije su pokazale [6] da se broj radova  $N(x)$ , citiranih tačno  $x$  puta, ponaša po zakonu  $N(x) \sim x^\alpha$ , gdje je  $\alpha \approx 3$ . Najmanje referencirani časopisi su citirani od samih autora ili zatvorene grupe, a najviše citirani radovi postaju popularni zbog efekta zajednice. Slično ponašanje se pokazalo na WWW, gdje su čvorovi HTML dokumenti, a lukovi grafa su linkovi sa jedne strane na drugu [7].

Analizom jednog od *berzanskih indeksa* na berzi USA pokazano je da je berza složen sistem sa efektima samoorganizovanja [8].

### Šta je to model?

Model je pojednostavljena matematička reprezentacija sistema. U realnom sistemu se čini da su mnogi faktori bitni za aktuelni sistem. Ne treba svaki od njih uključiti u model, već se razmatraju najrelevantniji faktori. Model treba razlikovati od *simulacije*. Da bismo simulirali neki sistem, neophodni su nam svi relevantni podaci o sistemu. Što više realnih podataka imamo, simulacija će biti preciznija.

Na primjer, matematički model koji predstavlja rast populacije dat je jednačinom  $\frac{dN}{dt} = f(N)$ , gdje je  $N(t)$  broj stanovnika populacije u momentu  $t$ . Primjećuje se da model ignoriše podatke kao što su odnos polova, mortalitet, natalitet, ... a čine se jako bitnim. Pokazuje se [9] da model obuhvata dvije činjenice: svaki organizam ima sličnog roditelja i u konačnom prostoru imamo gornju granicu broja organizama. Odavde, model koji zadovoljava ove činjenice je  $\frac{dN}{dt} = rN\left(1 - \frac{N}{K}\right)$ , gdje je  $K$  - kapacitet prostora, a  $r$  stopa rasta populacije.

Za simulaciju rasta populacije jasna je potreba za već pomenutim parametrima.

### Šta je dinamički sistem?

Dinamički sistem se sastoji od:

- faznog prostora (ili prostora stanja)  $S$ , čiji elementi predstavljaju moguća stanja sistema;

<sup>1</sup> Usmjereni graf  $G$  sastoji se od nepraznog skupa čvorova  $V(G)$  i skupa lukova  $E(G)$ , koji je podskup skupa svih uređenih parova elemenata iz  $V(G)$ .

- vremena  $t$ , koje može biti neprekidno ili diskretno;
- zakona evolucije, odnosno pravila koja određuju stanje u trenutku  $t$ , na osnovu informacija o stanjima u prethodnim trenucima.

Dinamički sistemi se dalje dijele u dvije velike grupe u zavisnosti od toga da li je promjenljiva koja predstavlja vrijeme neprekidna ili diskretna.

Primjeri sistema sa neprekidnim vremenom su: kretanje klatna, nelinearne oscilacije, starosna rapodjela, slučajno kretanje po cijelobrojnoj mreži ...

Gornji primjer modela rasta populacije ima fazni prostor skup svih realnih brojeva, a zakon evolucije predstavlja rješenje diferencijalne jednačine. Vrijeme je neprekidno.

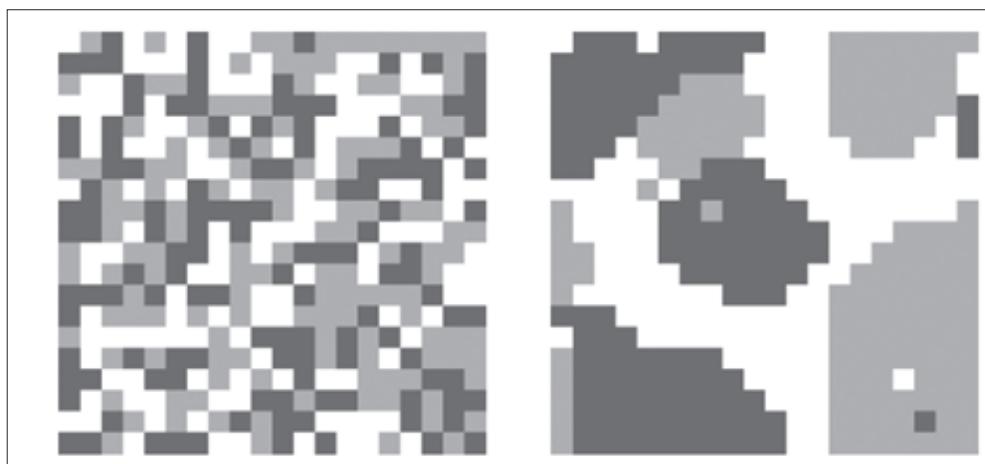
Jedna od savremenih metoda koja se primjenjuje u izradi modela kompleksnih sistema su agent-bazirani modeli (agent-based models). U okviru ovih metoda koriste se celularni automati (cellular automats). Agent-bazirani modeli u socijalnim procesima nazivaju se vještačka društva (artifical societies). Ovi modeli obuhvataju npr. migraciju, transmisiju kulture, propagaciju bolesti, kretanja u društvu... Kao primjer, može se navesti primjena ovog metoda u prostornom izolovanju [10][11].

Pretpostavimo da imamo dvodimenzionalnu mrežu. U svakoj ćeliji mreže nalazi se individua sa vjerovatnoćom  $p$ , ili je ćelija prazna sa vjerovatnoćom  $1-p$ . Individue su jednog od dva različitog tipa. Stanje ćelije je 0 ako je ćelija prazna, ili ima stanje 1 ili 2 zavisno od tipa (pol, rasa, socijalna klasa) individue koja se nalazi u njoj. Lokalno pravilo evolucije ima tri koraka:

1. Svaka individua vidi u svojoj okolini (konkretno, 8 susjeda) koliko ima individua istog tipa.

2. Ako je ovaj broj veći ili jednak od 4, individua se ne pomjera. Ako ovo nije slučaj, individua se slučajno pomjera u neku od susjednih ćelija.

3. Ukoliko dvije ili više individua odluče da se pomjere u istu ćeliju, nijedna od individua se ne pomjera.



Slika 2. 1.

Počinje se od proizvoljne konfiguracije. Na Slici 2. 1 je prikazano formiranje izolacionih okruženja. Nezadovoljne individue se kreću, izazivaju nezadovoljstvo drugih individua koje se pokušavaju dalje kretati. Nakon velikog broja iteracija, kretanja postaju nedozvoljena, neke individue ostaju zarobljene i nezadovoljne u okolini individua različitog tipa. Kako se individue kreću zbog svog okruženja, kreću se ka neuzetim celijama jer one nemaju tip i za posljedicu imamo i grupisanje praznih celija.

Sličan primjer je model kulturne diseminacije [12]. Rezultat ovog modela je: broj regiona sa preživjelom kulturom je manji ukoliko imamo više kulturnih osobina sa nekoliko specifičnosti, nego kada imamo nekoliko osobina sa velikim brojem specifičnosti.

## 2. 2. MODELIRANJE FUNKCIONISANJA SLOŽENIH UPRAVLJAČKIH DINAMIČKIH SISTEMA

Primjeri upravljanja velikim dinamičkim sistemima su: upravljanje svjetskom zajednicom, državama, posebnim regionima, ministarstvima i državnim ustanovama, velikim preduzećima. Ovdje je napravljen osvrt na matematički model upravljanja velikim složenim sistemima dinamičkog tipa, pri lokalnom, sistemskom i opštem karakteru funkcionisanja, u uslovima koje karakterišu opširnost, složenost, dinamičnost, višekriterijalnost, više nivoa, konfliktnost, integracione i dezintegracione tendencije. Posmatrani matematički model (MM) u dijelu modeliranja funkcionisanja složenih sistema dinamičkog tipa, predstavlja prirodno poboljšanje i suštinsku dopunu postojeće metodologije formalizacije procesa upravljanja u sistemima [13].

Izgradnju novih i poboljšanje postojećih SU (u uslovima koje karakterišu gore-navedene osobine pri donošenju rješenja), teško je ostvariti bez izgradnje i korišćenja modela funkcionisanja, čak i za jednostavnije sisteme, kao što su jednoslojni, automatski, determinisani.

Za složenije sisteme, u koje spadaju sistemi dinamičkog tipa, zadatak izgradnje efektivnog sistema u uslovima odsustva adekvatnih modela nailazi na niz problema. Naročit problem nastaje pri dodavanju specifičnosti, u strukturi ili funkcionisanju. Moguće je izgraditi modele razdvojeno za različite klase SU. Međutim, izgradnja velikog broja raznih modela, bez korišćenja jedinstvenog prilaza i jedne metodologije, zahtijeva velika materijalna sredstva i znatne intelektualne resurse. Na kraju, ne bi bilo moguće poboljšati efikasnost upravljanja na račun ujedinjenja raznih sistema. Lakoća izgradnje SU je privid – zbog jednostavnosti i prijamčivosti grafičkih modela koji prikazuju uzajamno djelovanje objekata u procesu upravljanja.

Tako, na primjer, opšti model međusobnog uticaja objekata („objekat kojim se upravlja – upravljači objekat” i „sistem upravljanja – okruženje (spoljašnja sredina) objekta kojim se upravlja – okruženje upravljačeg objekta”), naročito u opštoj varijanti, kada svaki od objekata istovremeno ima osobinu upravljanog i upravljačeg objekta, jednako je složen za matematički opis i dalje istraživanje, kao da imamo veliki broj mogućih stanja za svakog od međusobno povezanih objekata.

U vezi sa tim, javila se neophodnost razrade opšte metodologije formalizacije procesa upravljanja, izgradnje i izučavanje opšteg modela funkcionisanja i realizacije SU.

Važna je činjenica da se svaki model međusobnog uticaja upravlјivog i upravljućeg objekta u uslovima spoljašnje sredine, sa sačuvanim obilježjem međudejstva, u opštem slučaju može predstaviti kao model svega dva objekta. Nazovimo ih objekat A i objekat B.

Neka imamo objekat A i spoljašnju sredinu B.

Objekat A ima definisani strukturu, na primjer, u opštem „gazdovanju“:

- prisustvo procesa proizvodnje;
- potrebnost sirovina;
- ostvarivanje zadataka spoljnih administrativnih i finansijskih službi;
- traženje tržišta za realizaciju;
- traženje partnera;
- primanje i otpuštanje radnika;
- poboljšavanje tehnologije;
- rješavanje socijalnih problema i dr.

Vremenom, objekat A se razvija u svim pravcima, što se može izraziti, dijelom, izmjenom spoljašnjosti, podjelom na djelove, ili čak nestajanjem.

U ulozi objekta A može se pojaviti ukupnost upravljačkog i upravljanog objekta.

Sredinu B čine razni objekti, koji su u odnosu na objekat A spoljašnji, ali u saudejstvu s njim.

U opštem slučaju, sredina B može imati sličnu strukturu i funkcionisanje kao i objekat A.

Procesi međudejstva objekta A i sredine B zahtijevaju tačnost, odgovarajuću formalizaciju u postavci zadataka, razradu metoda rješavanja ovih zadataka i, na kraju, dobijanje MM i njegove simulacije realizovane na računaru, a time i predviđanje složenih, karakterističnih pojava.

U opštem slučaju, izgrađen model SU dužan je da:

- oslikava suštinu i osobine međudejstava elemenata realnih sistema;
- omogući nezavisnost rezultata modeliranja sistema od konkrene fizičke prirode svakog elementa sistema, opisanog modelom;
- obezbijedi mogućnost konstruktivnog korišćenja modela za modeliranje procesa funkcionisanja SU;
- obezbijedi ocjenu realizacije dobijenih rješenja, nakon omogućavanja funkcionisanja SU;
- omogući realizaciju modela SU pomoću razrađenih djelova SU i njegovo ostvarivanje pomoću različitih sredstava, uključujući raznu opremu (kompjuteri...)
- obezbijedi predstavljivost i realizaciju.

Razmotrimo nekoliko formalnih situacija funkcionisanja objekta A u sredini B, koji obuhvataju sve modele uzajamnog dejstva upravljućeg i upravljivih objekata u spoljašnjoj sredini, pri lokalnom, sistemskom i opštom karakteru funkcionisanja.

## 2. 2. 1. MODEL SU PRI LOKALNOM KARAKTERU FUNKCIONISANJA

Lokalni karakter upravljanja podrazumijeva sljedeće:

- objekat A u sredini B;

- objekat A može uticati na sredinu B;
- sredina B može uticati na objekat A;
- objekat A, kao i sredina B, može uticati na samog sebe (povratna sprega);
- objekat A i sredina B mogu imati i specijalne ulaze x i y.

Ova šema je prikazana na Slici 2. 2. Strelice koje izlaze iz A i B (z i v) označavaju mogućnost predavanja informacija u datom smjeru; strelice u A i B (v i x, z i y) označavaju mogućnost primanja informacija sa odgovarajućeg izvora; strelice koje ulaze i izlaze iz A, kao i B (w i u) označavaju mogućnost obrade informacija u A, kao i B.

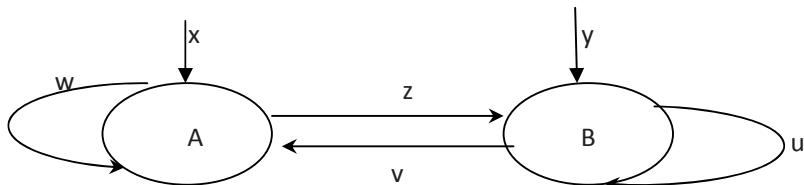
Označimo ovaj sistem sa C.

Neka sistem C funkcioniše u vremenu, koje je diskretno i predstavljeno momentima 1,2, 3... Neka u svakom momentu A i B karakterišu parametri q i r, koja su stanja od A i B, redom.

Nalaženje skupa mogućnosti tih parametara je zadatak koji je formulisan kao zadatak 1 u [13].

Iz velikog broja realnih situacija izvedeno je sljedeće

$$\begin{cases} q(t+1) = \varphi_A(q(t), x(t), v(t)) \\ z(t) = \psi_A(q(t), x(t), v(t)) \end{cases} \quad (1.1) \quad \text{i} \quad \begin{cases} r(t+1) = \varphi_B(r(t), y(t), w(t)) \\ v(t) = \psi_B(r(t), y(t), w(t)) \end{cases} \quad (1.2)$$



Slika 2. 2.

Jednakosti u (1.1) i (1.2) treba shvatiti široko, tj. funkcije  $\varphi$  i  $\psi$  mogu biti stohastičke, determinističke.

Ovdje nastaje problem definisanja sistema, koji je ključan za izgradnju SU. Da bi dešifrovali sistem, eksperti definisu vrijednosti parametara i pri tom se koriste klasterna, statistička, opisna analiza i drugi djelovi matematike. Ovim se dobijaju kvantitativne vrijednosti.

Neka je sistem C zadat *a priori* u obliku rekurentnih relacija (1.1) i (1.2), a informacije o operatorima  $\varphi$  i  $\psi$  nijesu date upotpunosti. Tada razmotrimo dvije situacije.

1.  $\varphi$  i  $\psi$  su definisane tačkasto i treba ih dodefinisati u svim tačkama.

2. Djelovanje operatora  $\varphi$  i  $\psi$  vidimo samo na osnovu ulaz-izlaz slova. Treba ustanoviti  $\varphi$  i  $\psi$ .

Ostale situacije su kombinacija gornje dvije.

Relacije (1.1) i (1.2) nazivamo kanoničnim za A i B. Njihovo definisanje za sistem C je dato kao zadatak 2 i zadatak 3 u [13].

Nalaženje kanonskih relacija za A ili B je, uopšteno, vrlo složen problem. Postoje dva prilaza:

1. Ne znamo unutrašnju strukturu objekata, već imamo spoljašnje opise u obliku ulazno-izlaznih riječi. Ovo su obično konačne riječi.

2. Znamo strukturu objekta i približno znamo kako funkcionišu njegovi djelovi u smislu relacija (1.1).

U prvom slučaju koristimo teoriju dinamičkih sistema, koja se naziva „rješavanje crne kutije”. Ovdje su osnovna sredstva *Teorija automata i prepoznavanja oblika*.

U drugom slučaju imamo analizu dinamičkih sistema koja je dovoljno istražena.

Dalje, kako je važno izučavanje međusobnog uticaja A i B tokom vremena, pri pojavljivanju informacija na kanalima x i y. Ovaj proces uzajamnog djelovanja nazivamo ponašanjem A i B pod uticajem x i y. To je centralno pitanje u analizi A i B.

Opisati ponašanje A i B pod uticajem x i y zahtijeva dodatna detaljsanja koja se ogledaju u sljedećem:

Pretpostavimo da objekat A vremenom, pod uticajem sredine i svoje unutrašnje logike, može iščeznuti ili se razbiti na nekoliko objekata  $A_1, A_2, \dots, A_C$ . Ovo su tzv. kritična stanja.

Neka su u skupu stanja Q objekta A izdvojena stanja, važna stanja, koja ćemo zvati strateškim stanjima. Taj podskup označimo sa  $Q'$ .

Uslovno, ovo se može predstaviti kao na Slici 2. 3.

Nastaje problem opisivanja dejstava oblika

$$a^r = a(1)a(2)\dots a(i)\dots a(l) \quad (1.3)$$

$$b^r = b(1)b(2)\dots b(i)\dots b(l) \quad (1.4)$$

Ovo su riječi obrazovane od simbola  $a(i)$  i  $b(i)$  koji se pojavljuju na ulazima x i y objekta A i objekta B u momentu i, kako bi preveli objekat A iz početnog stanja q u jedno od stanja  $q'$  iz  $Q'$ .

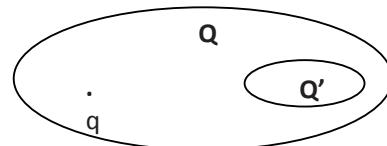
Uslovno, ta situacija je predstavljena na Slici 2. 4  $\lambda$  je trajektorija – riječ stanja, kroz koje objekat A prolazi iz početnog stanja q u stanje  $q'$ , čvorovi trajektorije su odgovarajuća stanja objekta A pod dejstvom riječi (1.3) i (1.4).

Nastaje problem opisa dejstava (1.3) i (1.4) koji indukuju trajektoriju  $\lambda$  sa slike 2. 4.

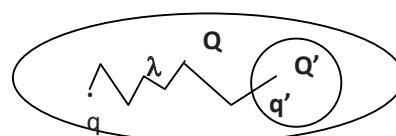
Ovaj zadatak je zadatak upravljanja. U opštem slučaju takva trajektorija ne mora da postoji. U velikom broju zadataka ovaj zadatak se javlja glavnim pod uslovom da su zadaci 1, 2, 3, 5 i 6 već riješeni. Može se posmatrati kao zadatak o predstavljanju događaja u dinamičkim sistemima, a takođe i kao zadatak nalaženja puteva u grafovima.

Prethodni problemi su definisani kroz zadatke 4, 5, 6, 7 u [13].

Situacija se može učiniti složenijom, i dodatno razmatrati pitanja ocjene stanja, uzajamnog dejstva i učešće trajektorije od A u Q. Ovi zadaci se rješavaju sredstvima faktorske i klasterne analize s tehnikom prepoznavanja oblika na osnovu eksertske obrade činjenica.



Slika 2. 3.



Slika 2. 4.

U tom slučaju neophodno je imati sistem kriterijuma  $K_i$ , pomoću kojih se ocjenjuje početno stanje  $q$ .

Problem sinteze sistema kriterijuma je neobično važan prilikom rješavanja praktičnih zadataka formiranja SU. U opštem slučaju, kada se pojavljuju raznolike vrste problema sinteze sistema kriterijuma efektivnosti, problem sinteze se može formulisati na sljedeći način.

Neka je izučavana pojava  $C$ , koju treba ocijeniti, okarakterisana parametrima  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r$ . Svaki od tih parametara  $\xi_i$  ima svoju skalu  $E_i$  značenja  $c_j$ , čiji smisao odražava ulogu tog parametra. Na taj način pojava se potpuno opisuje vektorom  $C^r = (c_1, \dots, c_r)$ .

Javlja se neophodnim imati sistem kriterijuma  $K_1, K_2$  i  $K_3$  pomoću kojih se ocjenjuju dejstva  $x$  i  $y$ , redom, a time i rješavanje sljedećeg zadatka.

Dalje, pomoću kriterijuma  $K_1, K_2$  i  $K_3$  možemo ocijeniti elemente ulaznih dejstava oblika (1.3) i (1.4), a takođe elemente trajektorije stanja  $\lambda$  objekta A oblika  $q^r = q(1)q(2)\dots q(r)$  (1.5)

Prelaskom ka nizu ocjena oblika

$$K_1(a^r) = K_1(a(1))K_1(a(2))\dots K_1(a(r)) \quad (1.6)$$

$$K_2(b^r) = K_2(b(1))K_2(b(2))\dots K_2(b(r)) \quad (1.7)$$

$$K_3(q^r) = K_3(q(1))K_3(q(2))\dots K_3(q(r)) \quad (1.8)$$

koji i sami mogu biti ocijenjeni na osnovu nekih kriterijuma  $K'_1, K'_2$  i  $K'_3$ , redom. Na primjer, ako su  $K_1$  i  $K_2$  ocjene lokalnih dejstava;  $K_3$  – ocjene stanja, to za ocjene (1.6), (1.7) i (1.8) možemo uzeti, redom, sumu ocjena elemenata u nizovima (1.3), (1.4) i (1.5). Jasno da optimizacija korak po korak prelaska A iz  $q$  u  $q'$ , u opštem slučaju, ne daje trajektorije optimalne u smislu kriterijuma  $K'_1, K'_2$  i  $K'_3$ .

Trojke oblika  $(a^r, b^r, q^r)$  koje zadovoljavaju kriterijume  $K'_1, K'_2, K'_3$  i  $K$  nazivaju se optimalnim. Odavde nastaje zadatak o optimalnom upravljačkom sistemu C u odnosu na zadate kriterijume: Opisati trojke  $(a^r, b^r, q^r)$  za A i B u C, koje su optimalne po kriterijumima  $K_1, K_2, K_3, K'_1, K'_2, K'_3$  i  $K$ , takve da riječ stanja  $q^r$  počinje početnim stanjem, a završava u stanju  $q'$  iz  $Q'$ .

Realno, ovaj zadatak se usložnjava na račun sljedećih elemenata:

- Vremenom se mogu mijenjati značenja svih kanala x, y, z, u, v, w.
- Sistemi (1.1) i (1.2) se mogu vremenom mijenjati.
- Kriterijumi  $K_1, K_2, K_3, K'_1, K'_2, K'_3$  i  $K$ , se mijenjaju u vremenu.
- Oblast  $Q'$  se mijenja vremenom.

Navedeni problemi su formulirani u zadacima zadatak 8 – zadatak 19 u [13].

Primjetimo da je do sada opisano ponašanje objekta A koji ima fiksiranu morfologiju, tj. ne dijeli se i ne iščezava. U tom smislu izučavaju se zadaci 1–18 za objekat A prve generacije. Analagno se možemo odnositi i prema „potomcima“ objekta A.

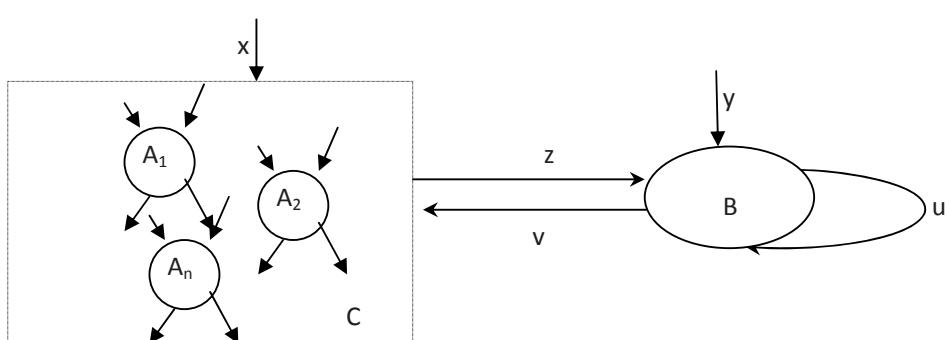
Razmatrani model upravljanja je koristan za takvu klasu SU koji su u osnovi autonomni, a objekat je monoobjekat. Pri tom, izgradnja i izučavanje modela sistema

biće obezbijeđena i u slučaju sistema koji se sastoje od determinističkih, stohastičkih, determinisano-stohastičkih, dinamičkih, statičkih, statičko-dinamičkih, s povratnom spregom, bez povratne sprege, realnog vremena, uslovnog vremena, elemenata.

### 2. 2. 2. MODEL SU PRI SISTEMSKOM KARAKTERU FUNKCIONISANJA

Sistemski karakter funkcionisanja dobija se uopštenjem sistema C i podrazumejava sljedeće:

- Objekat  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$  smješten u sredinu B, koji predstavlja mrežu objekata  $A_i$ , a oni imaju svoje ulazne i izlazne kanale predaje informacija, međusobno su povezani, kao i sa sredinom B.
  - Objekat A može uticati na sredinu B.
  - Sredina B može uticati na objekat A.
  - Objekat A, kao i sredina B, može uticati na samog sebe (povratna sprega).
  - Objekat A i sredina B mogu imati i specijalne ulaze x i y.
- Ova šema je prikazana na Slici 2. 5.



Slika 2. 5.

Neki od izlaza elementa  $A_i$  se poklapaju sa ulazima elementa  $A_j$ ,  $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$ . Dio njih svojim izlazima povezan je sa ulazima iz B i obratno. Ulazi x i z su vektori spolja za blok C i sredinu B, a y, u, v imaju prethodno značenje. Kao i ranije, pretpostavljamo da informacije mogu

- 1) dolaziti,
- 2) odlaziti,
- 3) stanja se mogu mijenjati,
- 4) mijenjati komutaciju (smjer razmene informacija) jedan sa drugim,
- 5) djeliti se,
- 6) ujedinjavati.

Osobine 1), 2) i 3) opisuju se, kao i ranije, relacijom tipa (1.1) iz 1.

Osobina 4) opisuje se na sljedeći način.

Element  $A_i$  ima n ulaza i m izlaza (Slika 2. 6.). Ovo je okolina prvog reda ovog elementa.

Element  $A_i$  i svi elementi iz  $C$ , koji su povezani neposredno sa njim, nazivaju se okolina drugog reda elementa  $A_i$ . Slično, može se uvesti pojam okoline poretku  $p$  elementa  $A_i$  u mreži  $C$ , koju ćemo označiti sa  $O_p(A_i, C)$ . Svakom elementu  $A_i$  dat je broj  $p(A_i)$ , koji označava da se u mreži  $C$ , u kojoj je ovaj element, može analizirati okolina  $p$ -tog reda i prihvati rješenja o prekomutaciji u njoj svojih ulaza i izlaza, u zavisnosti od toploškog oblika okoline i raspodjele stanja elemenata u njoj.

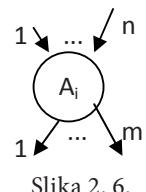
Na taj način, ako je  $\pi_i(t)$  vektor veze objekta  $A_i$  u  $O_p(A_i, C)$  u momentu  $t$ , a  $O_p(A_i, C, Q)(t)$  ukazane okoline s raspodijeljenim u njoj stanjima, to je

$$\pi_i(t) = \mu_i(O_p(A_i, C, Q)(t), z(t)), \quad (2.1)$$

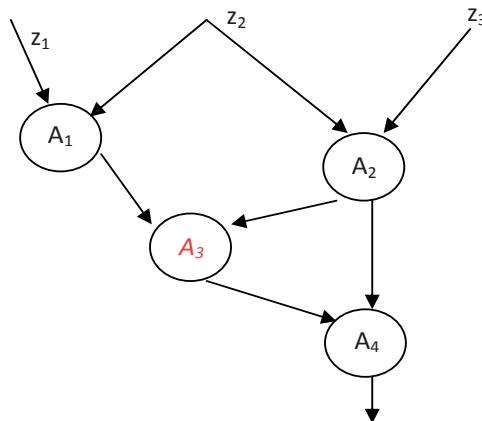
gdje je  $z(t)$  vektor svih ulaza iz okoline  $O_p(A_i, C)$ .

Ovim nastaje zadatak nalaženja okoline zadatog reda i funkcije  $\mu$ .

Na Slici 2. 7. je dat element  $A_3$ ,  $p=2$ , a vektori ulaza su  $z_1$ ,  $z_2$  i  $z_3$ .



Slika 2. 6.



Slika 2. 7.

Neka je sada relacija (2.1) definisana za svako  $i$  u mreži  $C$ . Prepostavimo da u momentu  $t$  mreža  $C$  ima definisanu komutaciju, svi elementi su u nekom stanju i na ulazu od  $C$  date vrijednosti. Šta će biti u momentu  $t + 1$ ? Kao prvo, definiše se stanje svih elemenata pomoću relacija (1.1). Drugo, svaki element definiše svoju komutaciju. U rezultatu prekomutacije može se desiti da se neki izlaz ujedini sa nekim izlazom drugog elementa, a taj izlaz se takođe hoće ujediniti sa njim. Tada je moguće ujedinjenje u momentu  $(t + 1)$ . A moguća je i ovakva situaciju: neki izlaz hoće se sjediniti sa nakim ulazom (ili izlazom) toga ili nekog drugog elementa, ali ovaj to neće. Takvi ulazi i izlazi nazivaju se nesaglasnim i onemogućava se sjedjivanje.

Poslije prekomutacije mreža  $C$  je izmjenila svoju strukturu (morfologiju). Jasan je da pri dejstvu elemenata sa ulaza moraju već biti definisana stanja i komutacije elemenata.

Osobina 5) se može opisati na sljedeći način. Element  $A_i$  u mreži C može se opisivati do definisanog momenta sa (1.1), preći u neko stanje  $q_j$  u kom se on raspada na k novih elemenata  $A_{i_1}^1, A_{i_1}^2, \dots, A_{i_1}^k$ . Njihove veze su veze od  $A_{i_1}$ , a jednakosti tipa (1.1) su za svakog od elemenata  $A_{i_1}^j$ . Neka u momentu raspada svaki od elemenata  $A_{i_1}^1, A_{i_1}^2, \dots, A_{i_1}^k$  ima stanja  $q_{i_1}^1, q_{i_1}^2, \dots, q_{i_1}^k$ , redom.

Osobina 6) opisuje se na sljedeći način. *Apriori* pretpostavimo da je za mrežu C zadan sistem R relacija  $\rho$ . Ako se u nekom momentu elementi  $A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_j}$  mreže C nađu u stanjima  $q_{i_1}, q_{i_2}, \dots, q_{i_j}$  takvim da je  $\rho(q_{i_1}, q_{i_2}, \dots, q_{i_j}) = 1$  smatramo da se elementi ujedinjuju u jedan element B.

Sve ove probleme treba dalje razmatrati. Iz ovih razmatranja slijedi niz definisanih zadataka koji su detaljno dati kao zadatak 20-zadatak 24 u [13].

### 2. 2. 3. MODEL SU PRI OPŠTEM KARAKTERU FUNKCIONISANJA

Opšti karakter funkcionisanja dobijamo uopštenjem sistema C iz 1.2, i podrazumijeva sljedeće:

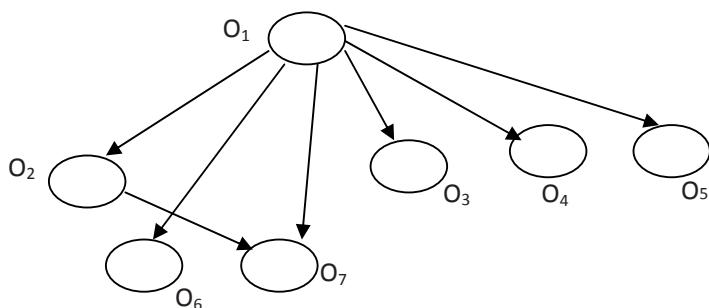
- Objekat  $A=\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$  smješten u sredinu B, koji predstavlja mrežu objekata  $A_i$ , a oni imaju svoje ulazne i izlazne kanale predaje informacija, međusobno su povezani, kao i sa sredinom B.
  - Razbijanje objekta A na klase ekvivalencije, nad kojima postoji relacija poretka.
  - Objekat A može uticati na sredinu B.
  - Sredina B može uticati na objekat A.
  - Objekat A i sredina B mogu uticati na sami sebe (povratna sprega).
  - Objekat A i sredina B mogu imati i specijalne ulaze x i y.

U ovom slučaju mreža C u sredini B ima nove osobine, koje odražavaju realnu situaciju i imaju dovoljno opšti karakter.

Na primjer, ako za C imamo u vidu političku, ekonomsku, biološku ili neku drugu interpretaciju, tada se cito sistem organizacije razbija na klase. Na primjer, ako posmatramo političko-državno-ekonomski sistem, tada se cito sistem organizacije razbija na sljedeće jednorodne klase:

- $O_1$  – parlament, predsjednik, uprava.
- $O_2$  – bankarsko-finansijski sektor
- $O_3$  – službe bezbjednosti
- $O_4$  – agencije
- $O_5$  – organi socijalnog staranja
- $O_6$  – proizvodnja
- $O_7$  – prodaja
- itd.

Ovi podsistemi imaju definisanu potčinjenost (Slika 2. 7). Neka je na skupu A elemenata  $A_i$  mreže C zadata relacija ekvivalencije  $\epsilon$  koja razbija A na klase ekvivalencije. Nad tom klasom je zadata relacija poretka (Slika 2. 8). Pretpostavimo dalje da je na svakoj klasi ekvivalencije zadata nova relacija ekvivalencije koja je razbija na potklase. Nastavljamo ovaj proces razbijanja. Dobijamo hijerarhijsku strukturu.



Slika 2. 8.

Ovo može odražavati potčinjenost jedne organizacije drugoj. Organizacija po pravilu ima u sebi razmjenu informacija. Svaku klasu ekvivalencije posmatramo kao fragment i primjenjujemo sve gore navedeno, pod pretpostavkom da su sve morfološke izmjene unutrašnje.

Na ovaj način razmatranje svodimo na već izloženo u 1.1 i 1.2.

U poglavlju 1.2 [13] u radu sa fragmentima zahtjevalo se da imamo sve informacije o svakom elementu fragmenta. U slučaju velikih sistema to znači gigantske količine informacija. Zbog ovoga se javlja zadatak agregacije. Tačnije, neophodno je naći način za opšte predstavljanje, što se često uradi Dekartovim proizvodom osobina podelemenata (npr. stanja elemenata). Ovaj zadatak agregacije je jako važan zbog umanjenja složenosti izučavanog sistema C. S druge strane, pojavljuje se problem dekompozicije sistema C nad kojim je sprovedena agregacija.

Razmatrani model upravljanja obuhvata sprovođenje istraživanja:

- svih klasa iz dijela 1.1.;
- svih klasa iz dijela 1.2.;
- svih sistema klase u kojima objekat po svojoj strukturi obuhvata nekoliko međupovezanih objekata.

Ovaj model predstavlja opšti matematički model funkcionisanja različitih SU.

Matematička sredstva za izučavanje opštih modela funkcionisanja sistema, posred već navedenih oblasti, obuhvataju neophodnost djelova matematičke kibernetike, diskretne i nedeterminističke matematike, teorije igara, teorije automata, optimalnog upravljanja, ekonomskе matematike...

### 2. 3. STANJE U CRNOJ GORI

U dokumentu *Strategija naučnoistraživačke djelatnosti (2008–2016)* dati su ciljevi strategije naučnoistraživačke djelatnosti u Crnoj Gori. Nabrojane su institucije i njihove preporuke za dalje djelovanje, bez primjene ozbiljnog modela upravljanja složenim sistemima.

U okviru *Statističkog godišnjaka 2008.* u dijelu za nauku, date su jedino informacije o broju zaposlenih u naučnoistraživačkim institucijama. U dijelu o obrazova-

nju prikazani su podaci o nastavnom i drugom osoblju obrazovnih ustanova, o broju studenata i učenika, načinu njihovog finansiranja.

Među Monstatovim podacima od 2002. do 2006. godine, nalaze se informacije o ukupnim prihodima istraživačkih organizacija, o sredstvima namjenjenim za naučnoistraživački rad, o investicijama po oblastima istraživanja.

U publikaciji Main Science and Technology Indicators, OECD 2008 [14], dati su glavni indikatori za nauku i tehnologiju koji pomažu članicama OECD grupe u sa-gledavanju stanja i donošenju odluka prilikom upravljanja društвom. Indikatori su podijeljeni u nekoliko grupa:

1. Istraživanja i eksperimentalni razvoj – potrošnja i kadrovi (R&D Expenditure and Personnel);
2. Budžetska izdvajanja ili izdaci za R&D (Government Budget Appropriations or Outlays for R&D (GБAORD));
3. R&D izdaci za inostranu afilaciju (R&D Expenditures of Foreign Affiliates);
4. Tehnologija platnog bilansa (Technology Balance of Payments (TBP))
5. Međunarodna razmjena u R&D-intenzivnim industrijama (International Trade in Highly R&D-Intensive Industries).

U okviru prve grupe „Istraživanja i eksperimentalni razvoj – potrošnja i kadrovi“ nalazi se indikator „Bruto domaći rashodi na R&D kao procenat BDP-a (GERD as a percentage of GDP). U Crnoj Gori imamo različite podatke za ovaj indikator (razlike su veličine 100).

Za neke od indikatora iz ove grupe ne postoje podaci. Na primjer, nema podataka za indikatore: procenat bruto domaćih rashoda finansiran iz industrije (percentage of GERD financed by industry), procenat bruto domaćih rashoda finansiran iz inostranstva (percentage of GERD financed by abroad), procenat bruto domaćih rashoda finansiran iz privatnog neprofitabilnog sektora (percentage of GERD performed by the Private Non-Profit sector).

U Crnoj Gori postoje institucije koje svoj rad zasnivaju na izgrađenom matematičkom modelu. Primjeri su:

- Hidrometeorološki zavod Crne Gore.

HMZ Crne Gore koristi numeričko modeliranje, koje kreće sa stanovišta da se trenutno vremensko stanje i razvoj procesa mogu predstaviti matematičkim formulacijama fizičkih zakona. U HMZ Crne Gore su u operativnoj upotrebi Eta i NMM model. U oba slučaja se nestovanjem (ugnježđivanjem modela u model) dolazi do veoma fine horizontale i vertikalne rezolucije, a kao rezultat dobija prognostički materijal visoke preciznosti i pouzdanosti [15].

- Nacionalni dispečerski centar EPCG-a.

Nadzor i upravljanje elektroenergetskim sistemom Crne Gore obavlja se iz Nacionalnog dispečerskog centra u Podgorici. Centar samostalno obavlja funkciju regulacije snage i frekvencije, koja počiva na SCADA sistemu, u potpunosti razvijenom i implementiranom sopstvenim snagama. Od decembra 1999. godine, od kada je uz stalnu nadogradnju ovaj sistem u funkciji, pokazuje gotovo najbolje rezultate u regulaciji u regionu [16].

## 2. 4. PREPORUKE

Crna Gora sprovodi niz aktivnosti u cilju svoje demokratizacije. U raznim programima reformi sa odgovarajućim akcionim planovima naglašavaju se potrebe za ocjenu stanja, predlozima mjera i smjernica u cilju pospješivanja demokratskih procesa, a koji su preduslov za integraciju Crne Gore u Evropsku uniju.

Kao pomoć u realizaciji državnih ciljeva integracije Crne Gore u Evropsku uniju, u oblasti nauke i tehnologije, a s obzirom na sadašnje stanje (nepostojanje dovoljnog tipa podataka, nepostojanje centralnog sagledavanja stanja, nemanje mjerljivosti stanja kroz vrijeme) preporuka je da se kreira model upravljanja kojim bi se definisali:

- kriterijumi (saglani evropskim kriterijumima);
- kvantifikacija, odavde i metodologija;
- sadašnje stanje;
- budući koraci ka dostizanju strateških stanja (srednjoevropska stanja), koja bi bila definisana modelom (riješiti zadatak upravljanja).

Da bi se ostvarila ova preporuka, neophodno je i formiranje Centra za praćenje stanja u nauci i tehnologiji (CNT).

CNT bi imao tim stručnih ljudi koji bi se bavili pojedinim zadacima definisanja modela. Dio ovog tima bi bio *ad hoc*, a dio tima bi bio stalno zaposlen.

U početku bi cio tim bio angažovan. U ovom angažovanju neki članovi bi imali obuku i postali stalna postavka tima. Za neke indikatore neophodno je godišnje praćenje (priklupljanje i obrada podataka), a za neke period bi bio veći ili čak češći (ukoliko bi se javila potreba). Stalna postavka tima bi odgovarala na ove potrebe.

Ljudi koji bi bili angažovani s vremenom na vrijeme bi se uključivali u moguće izmjene modela ili dodavanja ili ukidanja nekih parametara u mjerjenjima.

## LITERATURA

- [1] Gordon, M. D. *Ants at work: How an insect society is organized*: NY Free press, 1999.
- [2] Parrish, J. K., Hammer, W. M.: *Animal groups in tree dimensions*: Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1997.
- [3] Boinski, S., Garber, P. A.: *On the move: How and why animals travel in groups*: The University of Chicago Press, 2000.
- [4] Kerner, S.: *Experimental properties of complexity in traffic flows*: Physical review, 1996.
- [5] Kerner, S.: *Experimental features and characteristic of traffic jams*: Physical review, 1996.
- [6] Redner, R.: *How popular is your paper? An empirical study of the citation distribution*: The Europiana Physical Journal, 1998.
- [7] Barthelemy, M., Amarm L. A. N. *Small world networks: Evidence for crossover picture*: Physical review letters, 1999.
- [8] Sornnente, D., Johansen, A., Bouchaud, J.: *Stock market crashes, precursors and replicas*: Journal de Physique, 1996.
- [9] G. E., Hutchinson: *An introduction to population ecology*, New Haven: Yale University Press, 1978.
- [10] Schelling, T.: *Models of segregation*: American economic review, Papers and proceedings, 1969.

- [11] Micromotives and macrobihevour: NY: Norton, 1978.
- [12] Axelrod, R.: *The dissemination of culture: A model with local convergence and global polarization*: Journal of conflict resolution, 1997.
- [13] Кудрявцев, В. Б. и др.: *Моделирование функционирования сложных управляемых динамических систем*: Мехатроника, автоматизация, управление, Но 7, 2005.
- [14] [http://www.esds.ac.uk/international/support/user\\_guides/oecd/sti\\_manual.pdf](http://www.esds.ac.uk/international/support/user_guides/oecd/sti_manual.pdf) (posmatran 29. 04. 2010)
- [15] <http://www.meteo.co.me/sektori.php?sektor=1> (posmatran 29. 04. 2010)
- [16] <http://www.tso-epcg.com/upravljanje.php> (posmatran 29. 04. 2010)

