

Mirjana ĐUKIĆ*, Milivoje ROGAČ**

UPOREDNA ANALIZA NOSIVOSTI KRANSKE STAZE OTVORENOG TANKOZIDNOG POPREČNOG PRESJKA

Sažetak: U ovom radu prikazana je uporedna analiza nosača kranske staze otvorenog tankozidnog i poprečnog presjeka. Analiza je sprovedena korišćenjem dva postupka. U prvom postupku analiziran je maksimalni ekscentricitet opterećenja točkova kрана. Vrijednost ekscentriciteta sračunata je iz odgovarajućih izraza za napone u karakterističnim tačkama poprečnog presjeka. Prema drugom postupku sprovedena je analiza granične nosivosti poprečnog presjeka korišćenjem metode „korak po korak”, uz uslov plastifikacije da se naponi tečenja dostižu na krajevima elementa. U oba postupka analize razmatrana su dva slučaja oslanjanja krajeva nosača, od čega je zavisila priroda naponskog stanja u poprečnom presjeku. U prvom slučaju razmatrano je oslanjanje krajeva nosača koje omogućava slobodno obrtanje i vitoperenje krajeva nosača, pojava St. Venanove torzije. U drugom slučaju razmatrano je oslanjanje krajeva nosača kada se sprečava slobodno obrtanje i vitoperenje krajeva nosača, pojava ograničene torzije.

Kompletan postupak analize, kako u slučaju proračuna maksimalnog ekscentriciteta tako i u slučaju proračuna granične nosivosti poprečnog presjeka, sproveden je sa teorijskog i sa praktičnog stanovišta, uz upoređivanje dobijenih rezultata.

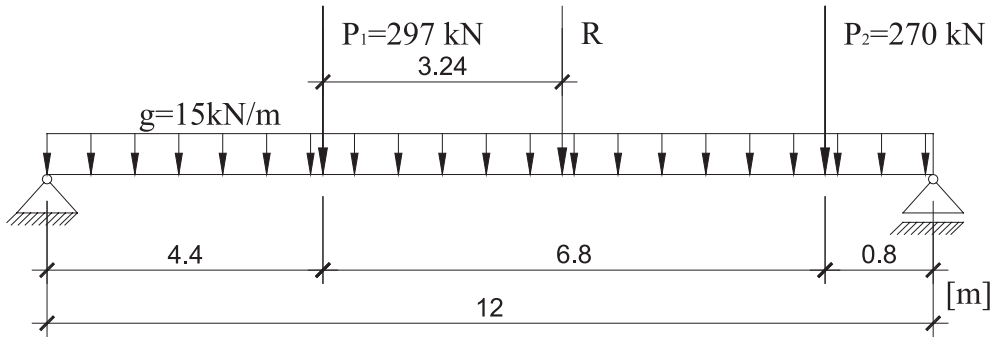
Ključne riječi: *kranska staza, torzija, otvoreni takozidni presjeci*

1. UVOD

Analizirana je kranska staza sistema proste grede, raspona $l = 12$ m. Nosač je opterećen ravnomjerno raspodijeljenim opterećenjem $g = 15$ kN/m i pokretnim opterećenjem dizalice $G = 320$ kN. Kranska staza je u poprečnom presjeku zavareni I nosač. Usvojen je koeficijent izravnjanja $\psi = 1,1$ i di-

* Mirjana Đukić, Građevinski fakultet Podgorica

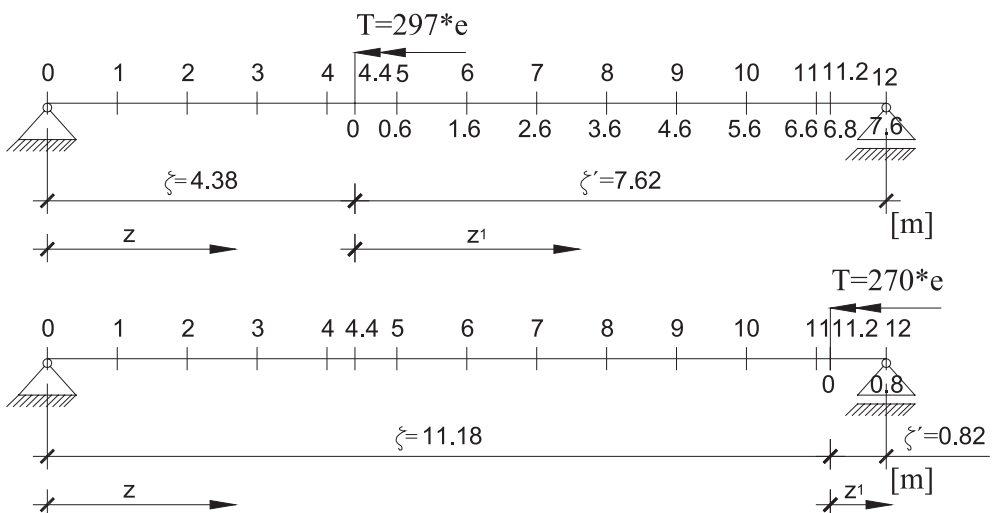
** Milivoje Rogač, Građevinski fakultet Podgorica



Slika 1. Statički sistem i opterećenje

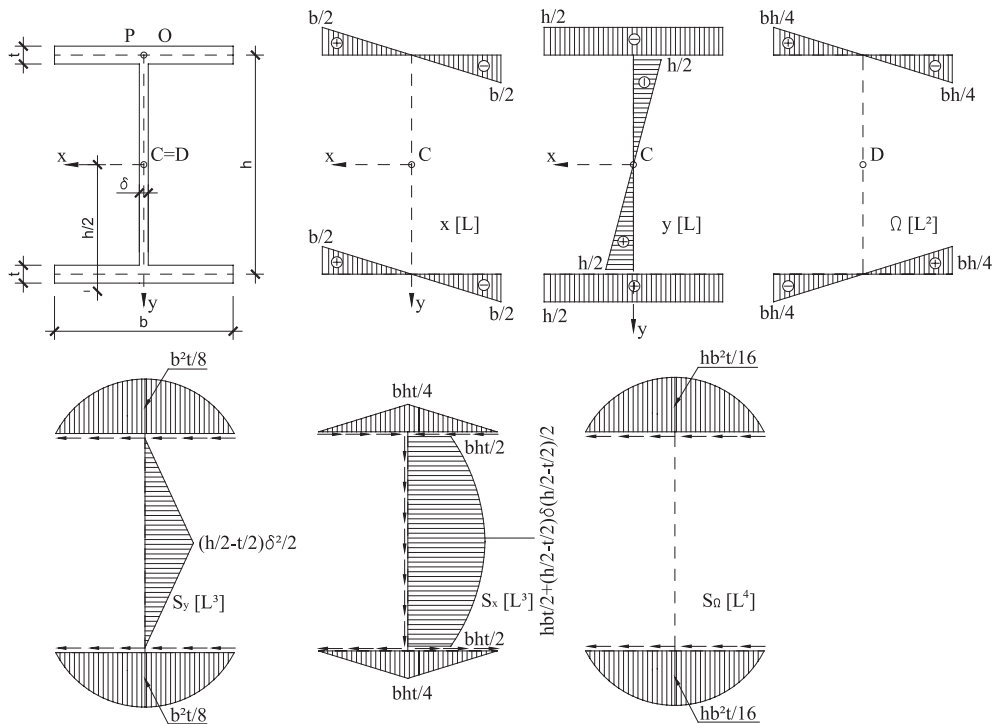
namički koeficijent $\varphi = 1,3$. Gornji pojas dizalice bočno je ukrućen spregom čije su čvorne tačke na razmaku $c = 2,4$ m. Vertikalna ukrućenja postavljena su na rastojanju $a = 1,2$ m ($1/10$). Kranska staza izrađena je od čelika S235JR.

Mjerodavan položaj točkova kрана, za proračun statičkih uticaja, prikazan je na Slici 1. Za slučaj ograničene torzije, izračunata je vrijednost dodatnih statičkih uticaja od opterećenja koncentrisanim momentima torzije, koji su rezultat ekscentrično postavljenog pokretnog opterećenja od točkova kрана (pokretno opterećenje od točkova kрана djeluje sa ekscentricitetom e , u odnosu na sredinu rebra, sa lijeve strane).



Slika 2. Dodatno opterećenje za slučaj ograničene torzije

Usvojen je zavareni I nosač, dimenzija rebra $\neq 1200 \times 12$ i nožica $2 \neq 280 \times 20$. Na Slici 3 daje se grafički prikaz geometrijskih karakteristika poprečnog presjeka.



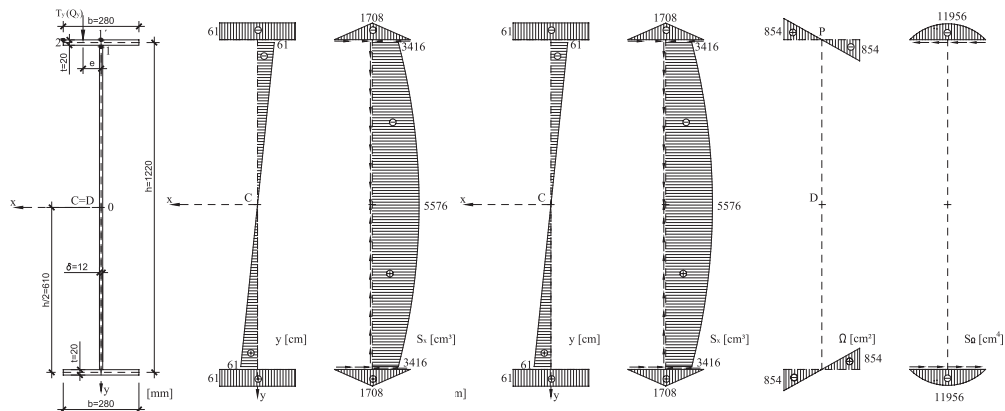
Slika 3. Geometrijske karakteristike poprečnog presjeka

2. PRORAČUN NAPONA

U slučaju slobodnog oslanjanja krajeva nosača, uticaji mjerodavni za proračun napona su: moment savijanja $M_x = 1448.8821$ kNm, transversalna sila $T_y = 294.66$ kN i moment torzije $M_z = 267.93$ e kNm. Geometrijske karakteristike poprečnog presjeka su: $I_{xx} = 598336.8$ cm⁴ i $K = 219.6053$ cm⁴.

U slučaju oslanjanja kranske staze, kada je na njenim krajevima spriječeno vitoperenje i obrtanje, pored momenta savijanja i transversalne sile koji su karakteristični za slučaj slobodnog oslanjanja, javiće se bimoment i torzioni moment krivljenja, koji su karakteristični za spriječenu torziju. Uticaji mjerodavni za proračun napona su: moment savijanja $M_x = 1448.8821$ kNm, bimoment

$B_{\Omega} = -35242.13$ e kNcm², transversalna sila $T_y = 294.66$ kN, moment torzije $M_s = -72.11$ e kNcm, moment krivljenja $M_{\Omega} = 189.07$ e kNcm. Geometrijske karakteristike poprečnog presjeka su: $I_{xx} = 598336.8$ cm⁴, $I_{\Omega} = 27227797.33$ cm⁶, $K = 219.6053$ cm⁴.



Slika 4. Geometrijske karakteristike poprečnog presjeka, St. Venanova i ograničena torzija

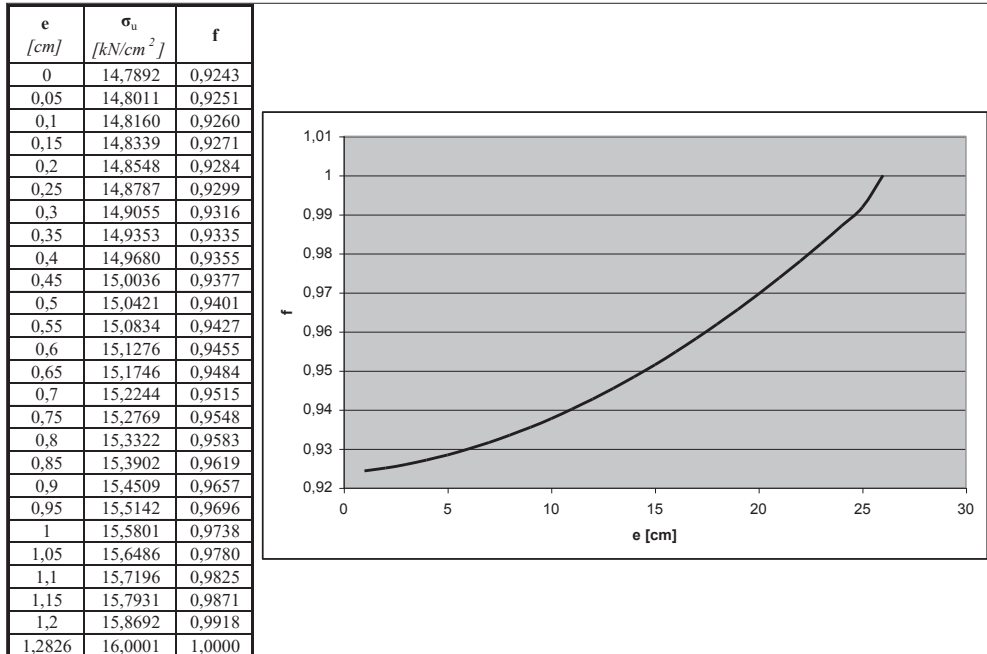
3. ANALIZA MAKSYMALNOG EKSCENTRICITETA OPTEREĆENJA TOČKOVA KRANA

Funkcija ekscentriciteta opterećenja i napona je kvadratna. Na osnovu toga daje se dijagram ekscentriciteta u funkciji od bezdimenzionalnog koeficijenta f . Bezdimenzionalni koeficijent f predstavlja odnos ukupnog napona u datom presjeku prema dozvoljenom naponu (rezerva napona):

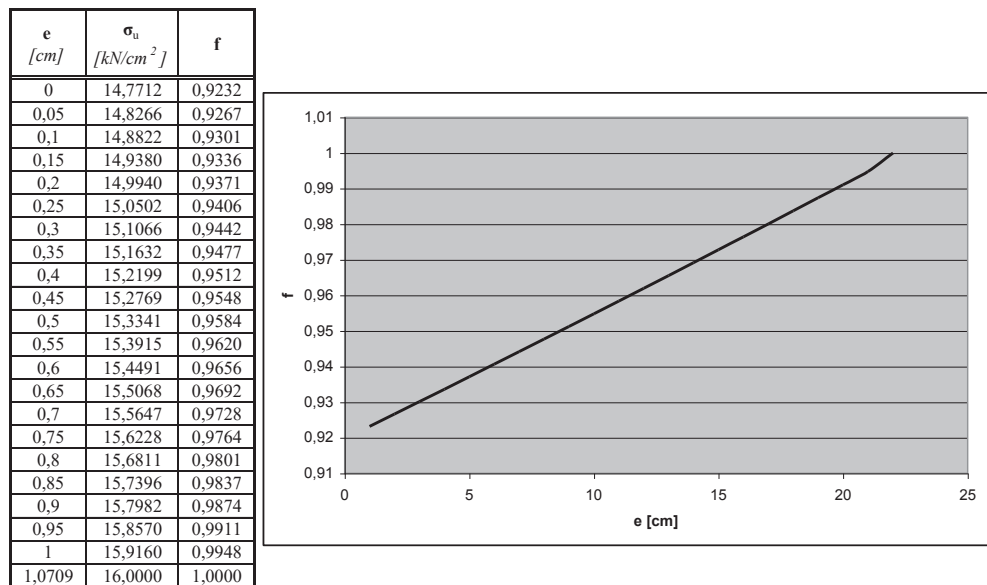
$$f = \frac{\sigma_u}{\sigma_{doz}}$$

Za tačke sa maksimalnim naponima (1' i 2) konstruišu se grafici funkcije ekscentriciteta i rezerve napona (slike 6 i 7):

Kritična tačka dostizanja maksimalne vrijednosti ukupnog napona za slučaj St. Venanove torzije tačka 1', dok za slučaj ograničene torzije, tačka dostizanja maksimalnog ukupnog napona se pomjera na kraj nožice (tačka 2). Ovo se događa iz tog razloga što je u slučaju ograničene torzije vrijednost normirane sektorske koordinate, koja uvodi bimoment B_{Ω} (kao karakteristiku ograničene torzije) u jednačinu normalnog napona, na kraju nožice nosača maxi-



Slika 5. Grafik funkcije e-f, slučaj St. Venanove torzije

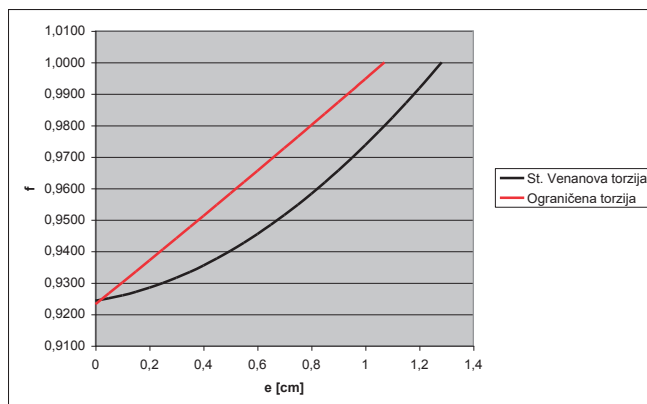


Slika 6. Grafik funkcije e-f, slučaj ograničene torzije

malna. Uvođenje bimomenta B_{Ω} u vrijednost normalnog napona znatno više utiče na povećanje ukupnog napona nego uvođenje torzionog momenta krivljenja M_{Ω} , kao karakteristike dijela smičućeg napona.

Sa povećanjem ekscentriciteta, rezerva napona u slučaju ograničene torzije, znatno intenzivnije opada, nego u slučaju St. Venanove torzije.

Funkcije rezerve napona u zavisnosti od ekscentriciteta opterećenja e mogu se prikazati na jednom dijagramu (Slika 7):



Slika 7. Uporedna analiza funkcija e-f

4. METODA „KORAK PO KORAK”

4.1. PRORAČUN GRANIČNE SILE ZA SLUČAJ ST. VENANOVE TORZIJE, USLOV PLASTIFIKACIJE JE DOSTIZANJE NAPONA TEČENJA NA KRAJEVIMA ELEMENTA

Za slučaj St. Venanove torzije, uticaji koji se javljaju u mjerodavnom poprečnom presjeku su: M_x – moment savijanja oko x-ose; T_y – transverzalna sila u pravcu y-ose i M_z – moment torzije.

Moment torzije predstavlja proizvod transverzalne sile i ekscentriciteta e, koji je jednak 1 cm.

Vrijednosti normalnog i smičućeg napona su:

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} \cdot y = \frac{335,873P}{I_x} \cdot y \text{ [kN/cm}^2\text{]}$$

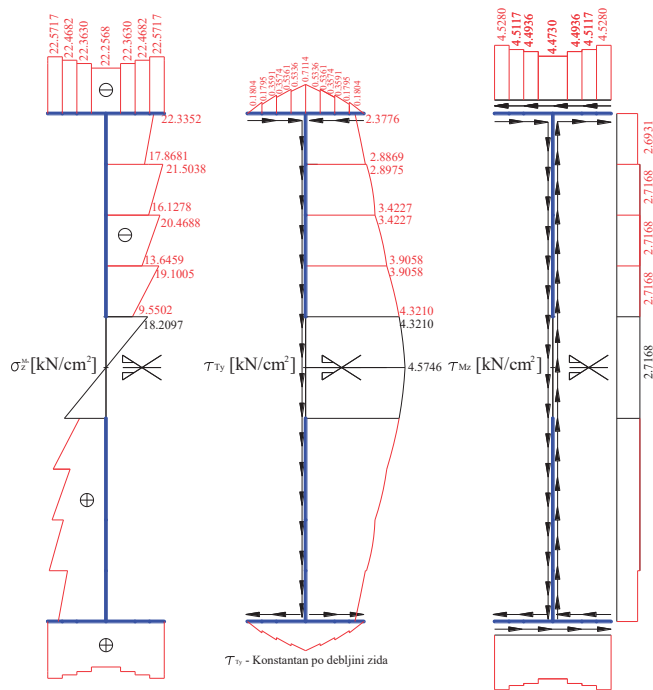
$$\tau = \frac{T_y \cdot S_x}{I_x \cdot t} + \frac{M_z}{I_t} \cdot t = \frac{0,76683P \cdot S_x}{I_x \cdot t} + \frac{0,76683P}{I_t} \cdot t = 0,76683P \left(\frac{S_x}{I_x \cdot t} + \frac{t}{I_t} \right) \text{ [kN/cm}^2\text{]}$$

Vrijednosti statičkih uticaja u mjerodavnom poprečnom presjeku biće iste za svaki korak, dok će se vrijednosti geometrijskih karakteristika mijenjati u zavisnosti od toka postupka, odnosno načina isključenja pojedinih elemenata poprečnog presjeka.

U ovom slučaju, poprečni presjek gubi nosivost u devet koraka. U prvom koraku najopterećeniji elementi su elementi na sredini nožice, i već u sljedećem koraku sva četiri su isključena iz proračuna i zamijenjena odgovarajućom silom. Na osnovu dijagrama napona iz prethodnih koraka, može se zaključiti koji će se element isključiti u svakom od sljedećih koraka. Vrijednosti napona za svaki od koraka, kao i tok plastifikacije poprečnog presjeka prikazani su na Slici 8.

Vrijednost graničnog opterećenja za ovaj slučaj biće jednaka sumi graničnih sila za svaki korak i iznosi:

$$P_{pl.ultimate}^{I\ case} = 640.4841 + 1.8552 + 0.5521 + 1.5469 + 0.9957 + 19.8002 + 14.8498 + 8.5026 + 2.9330 = 691.5196 \text{ kN.}$$



T_{Mz} - Linearno rasporeden po debljini zida

Slika 8. Dijagram napona St. Venanova torzija – svih devet koraka

4.2. PRORAČUN GRANIČNE SILE ZA SLUČAJ OGRANIČENE TORZIJE, USLOV PLASTIFIKACIJE JE DOSTIZANJE NAPONA TEČENJA NA KRAJEVIMA ELEMENTA

Za slučaj ograničene torzije, uticaji koji se javljaju u mjerodavnom poprečnom presjeku su: M_x – moment savijanja oko x-ose; B_Ω – bimoment; Q_y – transverzalna sila u pravcu y-ose; M_s – moment St. Venanove torzije i M_Ω – moment krivljenja.

U ovom slučaju, pored opterećenja od točkova kрана (modeliranih sa dvije koncentrisane sile), javljaju se, na istim mjestima, dva koncentrisana momenta torzije kao rezultat ekscentrično postavljenog opterećenja od točkova kрана, kao na Slici 2. Usljed ovog dodatnog opterećenja, a spriječenog vito-perenja na krajevima nosača, javljala se ograničena torzija.

Statički uticaji koji se odnose na ograničenu torziju, zavisice od vrijednosti geometrijskih karakteristika. Prema tome, u svakom koraku mijenjaće se vrijednosti kako geometrijskih karakteristika poprečnog presjeka, tako i vrijednosti bimomenta, momenta St. Venanove torzije i momenta krivljenja, što dodatno otežava postupak proračuna.

Vrijednosti normalnog i smičućeg napona straćunati su prema formulama:

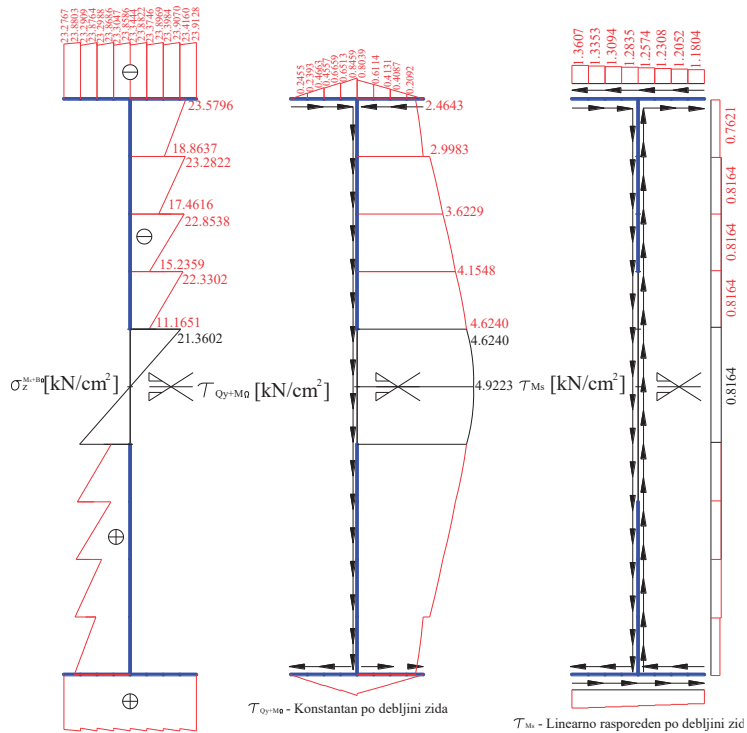
$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y + \frac{B_\Omega}{I_\Omega} \cdot \Omega \quad [\text{kN/cm}^2]$$

$$\tau = \frac{M_s}{K} t - \frac{Q_y \cdot S_x}{I_x t} - \frac{M_\Omega \cdot S_\Omega}{I_\Omega t} \quad [\text{kN/cm}^2]$$

U ovom slučaju, poprečni presjek gubi nosivost u trinaest koraka. U prvom koraku najopterećeniji elementi su elementi na desnom kraju nožice i tok plastifikacije nije simetričan. U ovom slučaju uticaj bimomenta određuje koji će se elementi plastifikovati. Vrijednosti napona za svaki od koraka, kao i tok plastifikacije poprečnog presjeka prikazani su na Slici 9.

Vrijednost graničnog opterećenja za ovaj slučaj biće jednaka sumi graničnih sila za svaki korak i iznosi:

$$P_{pl.ultimate}^{II \text{ case}} = 630.9537 + 11.8488 + 10.9488 + 10.1114 + 4.3238 + 4.0543 + 6.7498 + 5.6213 + 15.4877 + 17.2049 + 10.0603 + 3.6144 = 735.3704 \quad [\text{kN}]$$



Slika 9. Dijagram napona ograničena torzija – svih trinaest koraka

Broj i dimenzije konačnih elemenata uslovljeni su složenosti sprovedenja postupka. Treba napomenuti da se povećanjem broja konačnih elemenata povećava i tačnost dobijenih rezultata.

5. PRORAČUN GRANIČNE NOSIVOSTI PRIMJENOM PROGRAMA SAP 2000 V11

U programu SAP 2000 v11 određene su vrijednosti graničnog opterećenja prema teoriji plastičnosti. Kako je u pitanju jednostavan statički sistem (sistem proste grede), kod koga je u slučaju ograničene torzije spriječeno slobodno obrtanje i vitoperenje na krajevima nosača, to je proračun graničnog opterećenja takođe jednostavan. Prije svega, proračun je sproveden kako bi se analiziralo ponašanje konstrukcije (ponašanje plastičnog zgloba) u slučaju inkrementalnog opterećivanja datog sistema.

6. UPOREDNA ANALIZA REZULTATA SA ZAKLJUČKOM

Za date dimenzije i opterećenje kranske staze, može se dati tabelaran prikaz napona u karakterističnim tačkama:

Tabela 1. Vrijednosti napona u karakterističnim tačkama poprečnog presjeka

| Tačka | σ [kN/cm ²] | τ [kN/cm ²] | σ [kN/cm ²] | |
|-------|--------------------------------|------------------------------|--------------------------------|----------------------|
| 0 | 0 | 4.1662 | 7.2161 | St. Venanova torzija |
| 1 | 14.7712 | 3.2798 | 15.8259 | |
| 1' | 14.7712 | 3.5503 | 16 | |
| 2 | 14.7712 | 3.1297 | 15.7345 | |
| 0 | 0 | 2.7102 | 4.6942 | Ograničena torzija |
| 1 | 14.7712 | 1.8238 | 15.1052 | |
| 1' | 14.7712 | 1.1683 | 14.9092 | |
| 2 | 15.9549 | 0.6922 | 16 | |

Vrijednost smičućeg napona u slučaju St. Venanove torzije veća je nego u slučaju ograničene torzije. Može se zaključiti da se ovo smanjenje smičućeg napona, za slučaj ograničene torzije, događa na račun povećanja normalnog napona usljed uticaja bimomenta.

U slučaju ograničene torzije, uvođenjem bimomenta, normalni napon takođe zavisi od ekscentriciteta opterećenja, što nije bio slučaj kod St. Venanove torzije. Zbog ovakvog uticaja ograničene torzije na vrijednost normalnog napona, može se zaključiti da se sa jednakim povećanjem ekscentriciteta, dozvoljeni napon znatno brže dostiže u slučaju ograničene torzije.

Zbog ovakvog uticaja ograničene torzije na vrijednost maksimalnog ekscentriciteta opterećenja, ograničena torzija kao pojava se mora uzeti u obzir prilikom dimenzionisanja nosača ovog tipa.

Vrijednost ekscentriciteta bi trebala biti precizno definisana jer, kako funkcije e-f pokazuju, vrijednost dozvoljenog napona se brzo dostiže sa povećanjem vrijednosti ekscentriciteta.

U slučaju plastične analize nosača, dobijeni rezultati mogu se prikazati tabelarno.

Na osnovu dobijenih rezultata metode „korak po korak”, granična nosivost poprečnog presjeka za slučaj kada je na krajevima nosača spriječeno slobodno obrtanje i vitoperenje, veća je u odnosu na slučaj kada su krajevi nosača slobodno oslonjeni za 6,4%. Poređenjem rezultata dobijenih plastičnom analizom i rezultata prema teoriji elastičnosti, vidi se da je u slučaju St. Venano-

Tabela 2. Rezultati analize

| | St. Venanova torzija | | | | Ograničena torzija | | | |
|---|----------------------|-------------|-------------|------------|--------------------|-------------|-------------|------------|
| Teorija elastičnosti | 640.4841 [kN] | | | | 630.9537 [kN] | | | |
| Metoda "korak po korak" | 691.5196 [kN] | | | | 735.8412 [kN] | | | |
| Teorija plastičnosti - približan postupak | 738.1567 [kN] | | | | | | | |
| SAP2000 v11 - plastični zglobovi sa ograničenjem po sili | 692.7 [kN] | | | | 737.1 [kN] | | | |
| SAP2000 v11 - plastični zglobovi sa ograničenjem po deformaciji | 789.7 [kN] | 1127.4 [kN] | 1093.3 [kN] | 759.6 [kN] | 789.7 [kN] | 1127.4 [kN] | 1093.3 [kN] | 759.6 [kN] |

ve torzije granična sila dobijena metodom „korak po korak” veća za 8%, dok je u slučaju ograničene torzije veća za čak 16,6%. Sila dobijena u prvom koraku analize (teorija elastičnosti), za slučaj St. Venanove torzije veća za 1,5% nego sila dobijena za slučaj ograničene torzije, dok je granična vrijednost opterećenja (teorija plastičnosti) za slučaj ograničene teorije znatno veća nego za slučaj St. Venanove torzije. Na osnovu plastične analize poprečnog presjeka metodom „korak po korak”, vidi se da se u slučaju St. Venanove torzije plastična nosivost poprečnog presjeka iscrpljuje kroz devet koraka, dok je u slučaju ograničene torzije broj koraka veći (poprečni presjek „traje duže”), pa je i granična sila koju on može ponijeti veća. U prvom koraku se u slučaju St. Venanove torzije odjednom plastifikuju četiri elementa, i to u sredini nožice, tako da je u ovom slučaju dobijena veća granična sila prema teoriji elastičnosti, nego za slučaj ograničene torzije (u prvom koraku se plastifikuju dva elementa na kraju nožice).

Kako je za uslov za zadavanje plastičnog zgloba sa ograničenjem po sili u programu SAP 2000 v11, uzet granični momenat dobijen metodom „korak po korak”, to su i dobijeni rezultati bili približno isti

Rezultati dobijeni zadavanjem plastičnog zgloba sa ograničenjem po deformaciji pokazali su da se za četiri različite vrste materijala dobijaju četiri različite vrijednosti granične nosivosti poprečnog presjeka. Analizom ove vrste plastičnih zglobova dobijeni su isti rezultati za dva različita uslova oslanjanja, koji su predmet ovog rada.

Na osnovu rezultata dobijenih metodom „korak po korak”, zaključuje se da je granična nosivost poprečnog presjeka za slučaj ograničene torzije veća, iz tog razloga što se nosivost poprečnog presjeka iscrpljuje kroz veći broj koraka. Ovo je rezultat nesimetričnosti dijagrama ukupnog napona na dijelu nožice. Na ovaj način se u svakom koraku isključuju po dva elementa, te se nosivost poprečnog presjeka povećava.

U oba slučaja, vrijednosti normalnih napona su znatno veće nego vrijednosti smičućih napona, te ovi naponi ne utiču bitno na vrijednost granične sile. Prilikom postavljanja modela u programu SAP 2000 v 11, za slučaj kada je na krajevima nosača dozvoljeno slobodno obrtanje i vitoperenje, nije uzeta u obzir torzija poprečnog presjeka (koja je rezultat ekscentrično postavljenog opterećenja), i dobijene su iste vrijednosti graničnog opterećenja kao i prema metodi „korak po korak”. Na ovaj način pokazuje se zanemarljivo mali uticaj smičućih napona na ukupnu nosivost poprečnog presjeka.

Na kraju, može se zaključiti da se u programu SAP 2000 v 11 ne mogu dobiti vrijednosti graničnog opterećenja, koje će teorijski uključiti sve parametre koji djeluju na poprečni presjek, te se na ovom polju primjena ovog programa ograničava. Naime, program prije svega ne prepoznaje dodatne uticaje koji nastaju kao rezultat ograničene torzije (bimoment i moment krivljenja), te se za ovu vrstu proračuna ne može koristiti. Način na koji se opisuju karakteristike materijala prilikom zadavanja plastičnih zglobova sa ograničenjem po deformaciji, dosta je pojednostavljen, te se tačno može primijeniti samo za jednostavnije oblike dijagrama napon-deformacija kod kojih se bilinearizacijom dijagrama moment krivina ne mijenja bitnije oblik dijagrama.

Primjena teorije plastičnosti sa aspekta projektovanja kranskih staza je opravdana. Dobijanjem većih nosivosti poprečnog presjeka do njegovog potpunog iskorišćenja u zoni tečenja, a uz male vrijednosti ugiba nosača za vrijednosti graničnog opterećenja sračunate na ovaj način, dobijaju se znatno ekonomičniji poprečni presjeci. Međutim, još jednom treba napomenuti da je uticaj ograničene torzije kod ove vrste nosača veliki i da će se u praksi uvijek desiti.

Do sada je više puta pokazano da uticaj smičućih napona nije veliki i ne predstavlja bitan element prilikom proračuna graničnog opterećenja prema teoriji plastičnosti. Međutim, uticaj bimomenta u slučaju ograničene torzije mora se uzeti u obzir prilikom ovog proračuna, što nam program SAP 2000 v11 ne omogućava.

Na osnovu svega gorenavedenog, potrebno je napraviti model validan sa teorijskog gledišta, koji će u proračun uključiti sve uticaje koji se javljaju u poprečnom presjeku. Zbog ovoga je potrebno u okviru definisanja plastičnih zglobova, kao tačaka koje opisuju plastično ponašanje konstrukcije, uvesti i uticaj bimomenta, a ne samo momenta savijanja. Uticaj bimomenta na ukupnu vrijednost normalnog napona je veliki, te ga kao takvog nije moguće izostaviti.

LITERATURA

- [1] Brčić 1989: *Otpornost materijala*, Beograd, 396 strana;
- [2] Buđevac et al. 2007: *Metalne konstrukcije*, Građevinska knjiga a. d., Beograd, 1052 pages (in serbian);
- [3] Đukić 2012: *Plastična analiza kranske staze – proračun graničnog opterećenja od kрана za dva slučaja oslanjanja krajeva nosača*, Seminarski rad, 81 strana;
- [4] Mijušković: *Određivanje nosivosti zadatih preseka usled savijanja i ograničene torzije primenom metode „korak po korak”*, Seminarski rad, 56 srtana;
- [5] Rogač 2010: *Plastična analiza čelične ramovske konstrukcije – proračun graničnog gravitacionog opterećenja*, Seminarski rad, 61 strana;
- [6] Zarić et al. 2006: *Čelične konstrukcije u građevinarstvu*, Građevinska knjiga a. d., Beograd, 915 strana.