

ЦРНОГОРСКА АКАДЕМИЈА НАУКА И УМЈЕТНОСТИ  
ГЛАСНИК ОДЈЕЉЕЊА ПРИРОДНИХ НАУКА, 18, 2009.

ЧЕРНОГОРСКА АКАДЕМИЯ НАУК И ИСКУССТВ  
ГЛАСНИК ОТДЕЛЕНИЯ ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК, 18, 2009

THE MONTENEGRIN ACADEMY OF SCIENCES AND ARTS  
GLASNIK OF THE SECTION OF NATURAL SCIENCES, 18, 2009.

---

UDK 539.319

*B. Вуйичић \**

## ФЛУКТУАЦИОННАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ПЛОСКОСТИ ДВОЙНИКОВАНИЯ

*P e z ю m e*

В данной работе рассматривается вклад плоскости двойникования в парапроводимость. Рассмотрен случай без поля и в перпендикулярном магнитном поле. Показано, что в рассмотренных случаях плоскость двойникования дает вклад в парапроводимость как тонкая пленка. Также рассмотрены предельные случаи сильных и слабых по сравнению с верхним критическим полем магнитных полей.

## FLUKTUACIONA PROVODLJIVOST RAVNI UDVAJANJA

*I z v o d*

U radu se razmatra doprinos ravnii dvojnikovanja u paraprovodljivost. Razmotren je slučaj bez polja i u normalnom magnetnom

---

\*Университет Черногории, Естественно-математический факультет, п.я. 5455, 81000 Подгорица, Черногория

polju. Pokazano je da, u razmatrenim slučajevima, ravan dvojnikovanja daje isti efekat kao tanak sloj. Razmotreni su i granični slučajevi polja koja su jaka ili slaba u poredjenju sa gornjim kritičnim poljem.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

К настоящему времени стало известно, что ряд сверхпроводящих металлов, в том числе и Sn, In, Tl и др., проявляют двойниковую структуру [1]. Кроме того обнаружено, что двойники имеются и в высокотемпературных сверхпроводниках. В ряде работ было экспериментально и теоретически исследовано влияние плоскостей двойникования (ПД) на критические поля, теплоемкость и другие характеристики „классических” и высокотемпературных сверхпроводников [1,2,3].

Представляет интерес рассмотреть влияние ПД на флуктуационные эффекты. Флуктуации параметра порядка выше температуры сверхпроводящего перехода представляют зарождение локальной сверхпроводимости и могут дать заметный вклад в термодинамические величины сверхпроводников. Например, в [4] показано, что вблизи ПД флуктуационная добавка к диамагнитной восприимчивости имеет двумерный характер и тем самым более сильную расходимость в  $T_C$ , чем объемная восприимчивость. В этой работе мы займемся вычислением флуктуационной проводимости в рамках временного обобщения уравнений Гинзбурга–Ландау в случае, когда ПД усиливает сверхпроводимость. При этом ограничимся случаем Гауссовых флуктуаций.

## 2. ФУНКЦИОНАЛ ГИНЗБУРГА–ЛАНДАУ

Модифицированный функционал Гинзбурга–Ландау, описывающий сверхпроводимость ПД, в данном случае имеет вид [1,4]:

$$F = \int \left\{ a|\psi|^2 + \frac{1}{4m} \left| (\nabla - 2ie\vec{A})\psi \right|^2 - \gamma\delta(z)|\psi|^2 \right\} dV, \quad (2.1)$$

где  $a = \tau/\eta$ ,  $b = 1/\eta N$ ,  $\tau = (T - T_{\text{Co}})/T_{\text{Co}}$ ,  $T_{\text{Co}}$  – объемная температура перехода,  $N$  – концентрация электронов,  $\eta = 7\zeta(3)E_{\text{F}}/(6\pi^2 m^2)$  для чистых и  $\eta = 1.42\ell E_{\text{F}}/v_{\text{F}} T_{\text{Co}}$  для грязных сверхпроводников,  $\ell$  – длина свободного пробега электронов,  $\vec{A}$  – векторный потенциал и  $\hbar = 1$ ,  $c = 1$ . Ось  $z$  перпендикулярна ПД. Коэффициент  $\gamma$  связан с повышением температуры перехода  $T_{\text{C}}$  в окрестности ПД следующей формулой [1]:

$$\gamma^2 \eta m = \frac{T_{\text{C}} - T_{\text{Co}}}{T_{\text{Co}}} = \tau_0.$$

С учетом флуктуаций параметр порядка удовлетворяет уравнению релаксации [5,6]:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \nu \left[ a - \gamma\delta(z) - \frac{1}{4m} (\nabla - 2ie\vec{A})^2 \right] \right\} \psi(\vec{r}, t) = 0, \quad (2.2)$$

где  $\nu = 8T_{\text{C}}\eta/\pi$ . Сначала рассмотрим случай без поля.

### 3. ПЛОСКОСТЬ ДВОЙНИКОВАНИЯ БЕЗ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Разложим параметр порядка по собственным функциям оператора

$$a - \gamma\delta(z) - \frac{\nabla^2}{4m}, \quad \text{т.е.}$$

$$\psi(\vec{r}, t) = [\xi(\tau_0)]^{-1/2} e^{-|z|/\xi(\tau_0)} \sum_{\vec{k}} \psi_{\vec{k}}(t) e^{i\vec{k} \cdot \vec{\varrho}},$$

где  $\vec{\varrho} = (x, y)$  и  $\xi(\tau_0) = (\eta/4m\tau_0)^{1/2}$  характерный для задачи масштаб длины [1]. Коэффициенты  $\psi_{\vec{k}}(t)$  удовлетворяют временному уравнению

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \Gamma_{\vec{k}} \right) \psi_{\vec{k}}(t) = 0, \quad (3.3)$$

где

$$\Gamma_{\vec{k}} = \nu \left( a_{\text{ef}} + \frac{k^2}{4m} \right) \quad \text{и} \quad a_{\text{ef}} = \frac{1}{\eta} \frac{T - T_{\text{C}}}{T_{\text{Co}}}.$$

Очевидно, что  $\psi_{\vec{k}}(t) = \psi_{\vec{k}} \exp(-\Gamma_{\vec{k}} t)$ . Легко проверить, что  $\langle |\psi_{\vec{k}}|^2 \rangle = T\nu/\Gamma_{\vec{k}}$ .

Флуктуационную добавку к проводимости вычислим с помощью формулы Кубо, написав ее в виде [5,6]:

$$\sigma_{xx} = \frac{1}{T} \int_0^\infty dt \int dx dz \langle j^x(x, z, t) j^x(-x, -z, 0) \rangle, \quad (3.4)$$

где

$$j^x(x, z, t) = -\frac{ie}{m} \int_{-\infty}^{\infty} dy \left[ \psi^*(\vec{r}, t) \frac{d}{dx} \psi(\vec{r}, t) - \psi(\vec{r}, t) \frac{d}{dx} \psi^*(\vec{r}, t) \right]. \quad (3.5)$$

Вычислив нужные компоненты тока и подставив в (3.4), получаем, что

$$\sigma_{xx} = \frac{1}{16} \frac{e^2}{\xi(\tau_0)} \frac{1}{\tau}. \quad (3.6)$$

Очевидно, что  $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$ . Полученный результат совпадает с известным результатом Асламазова–Ларкина для тонких пленок толщины  $\xi(\tau_0)$ .

#### 4. ПЛОСКОСТЬ ДВОЙНИКОВАНИЯ В ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Рассмотрим теперь ПД в перпендикулярном ей магнитном поле. Выберем поле и векторный потенциал в виде  $\vec{H} = (0, 0, H)$  и  $\vec{A} = (0, xH, 0)$ . Параметр порядка разложим по собственным функциям оператора

$$a - \gamma\delta(z) - \frac{1}{4m} \left( \nabla - 2ie\vec{A} \right)^2, \quad \text{т.е.}$$

$$\psi(\vec{r}, t) = \sum_{n,k} \psi_{n,k}(t) \varphi_{n,k}(\vec{r}), \quad \text{где}$$

$$\varphi_{n,k}(\vec{r}) = [\xi(\tau_0)]^{-1/2} e^{-|z|/\xi(\tau_0)} e^{iky} f_n \left( x - \frac{k\Phi_0}{2\pi H} \right),$$

$\Phi_0$  – квант потока, а  $f_n$  собственная функция гармонического осциллятора. Подставляя это разложение в (2.2) получаем, что коэффициенты  $\psi_{n,k}(t)$  удовлетворяют уравнению (3.3), т.е.

$$\psi_{n,k}(t) = \psi_{n,k} e^{-\Gamma_n t}, \quad \text{где} \quad \Gamma_n = \nu \left( a_{\text{ef}} + \omega \left( n + \frac{1}{2} \right) \right) \quad \text{и} \quad \omega = \frac{eH}{m}.$$

Как и в случае без поля

$$\langle |\psi_{n,k}|^2 \rangle = \frac{T\nu}{\Gamma_n}.$$

Вычисляя компоненты тока и усредняя их произведение, пользуясь при этом свойствами функций гармонического осциллятора [5] и выражением для  $\langle |\psi_{n,k}|^2 \rangle$ , получаем из (3.4):

$$\sigma_{xx} = \frac{Te^2}{\pi\xi(\tau_0)} \frac{4}{\omega\nu} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{\left(n + \frac{a_{\text{ef}}}{\omega} + \frac{1}{2}\right) \left(n + \frac{a_{\text{ef}}}{\omega} + 1\right) \left(n + \frac{a_{\text{ef}}}{\omega} + \frac{3}{2}\right)}. \quad (4.7)$$

Вводя безразмерные величины

$$h = \frac{H}{H_{C2}(0)} \quad \text{и} \quad \tau_1 = \frac{T - T_C}{T_{Co}}, \quad \text{где} \quad H_{C2}(0) = \frac{2m}{e\eta},$$

можно написать предыдущую формулу в виде

$$\sigma(T, H) = 2\sigma_0(T) \left( \frac{\tau_1}{h} \right)^2 \left[ \psi \left( \frac{1}{2} + \frac{\tau_1}{2h} \right) - \psi \left( 1 + \frac{\tau_1}{2h} \right) + \frac{h}{\tau_1} \right], \quad (4.8)$$

где  $\psi$  – дигамма функция [?]

$$\sigma_0(T) = \frac{e^2}{16\xi(\tau_0)} \tau_1^{-1}.$$

Формула (4.8) совпадает с результатом, полученным в [8] для тонкой пленки в перпендикулярном поле. Рассмотрим предельные случаи. В полях слабых по сравнению с  $H_{C2}$ , когда  $\tau_1/h \gg 1$ , эту формулу можно написать в виде

$$\sigma(T, H) = \sigma_0(T) \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{h}{\tau_1} \right)^2 \right]. \quad (4.9)$$

Видно, что в случае, когда  $h \rightarrow 0$ ,  $\sigma(T, H)$  стремится к  $\sigma_0(T)$  – парапроводимости без поля. В полях сильных по сравнению с  $H_{C2}$ , когда  $\tau_1/h \ll 1$ ,

$$\sigma(T, H) = \sigma_0(T) \left(1 - \frac{\tau_1}{2h} \ln 2\right) \frac{2\tau_1}{h}. \quad (4.10)$$

В полях порядка  $H_{C2}$ , когда  $-1 \leq \tau_1/h \ll 1$ , можно выразить парапроводимость формулой [8,9]

$$\sigma(T) = 4\sigma_0(T). \quad (4.11)$$

В этом случае ведущую роль в (4.7) играет основной уровень Ландау. Сравнивая полученные результаты, видим, что в сильных полях парапроводимость меньше, чем в случае без поля, но в полях порядка  $H_{C2}$  парапроводимость становится в четыре раза больше, чем  $\sigma_0(T)$ .

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой работе мы анализировали только случай уединенной ПД. Развитая двойниковая структура, как напр. в  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  [10], может только аддитивно отразиться на полученных результатах из-за слабого взаимодействия ПД [2].

В высокотемпературных сверхпроводниках со слоистой структурой флуктуации двумерны при высоких температурах; при понижении температуры они становятся трехмерными. Вблизи критической температуры начнет проявляться флуктуационный вклад ПД, и флуктуации опять становятся двумерными.

В заключение подчеркнем, что, анализируя парапроводимость, мы пришли к выводу, что плоскость двойникования ведет себя как тонкая пленка толщины порядка  $\xi(\tau_0)$ , что согласуется с выводами [1]. В принципе это можно экспериментально проверить, измеряя вклад ПД в сопротивление микроконтактным методом.

**ЛИТЕРАТУРА**

- [1] Khlyustikov I. N., Buzdin A. I., Advances in Physics **26** (1987) 271.
- [2] Abrikosov A. A. et al, Supercon. Sci. Techn. **1** (1989) 260.
- [3] Abrikosov A. A., Buzdin A. I., Nobel Symposium 73, Physica Scripta **27** 1989 74.
- [4] Buzdin A. I., Ivanov N. B., Phys. Lett. **106A** (1984) 429.
- [5] Schmidt H., Z. Phys. **216** (1968) 336.
- [6] Tilley D. R., Parkinson J. B., J. Phys. C **2** (1969) 2175.
- [7] Abramowitz M. and Stegun I. A., Handbook of Mathematical Functions, Dover, New York, 1965.
- [8] Abrahams E., Prange R. E., Stephen M. J., Physica **55** (1971) 230.
- [9] Maki K., J. Low Temp. Phys. **1** (1969) 513.
- [10] Roth G., Ewert D., Heyer G. et al., Z. Phys. B **69** (1987) 21.

