

ЦРНОГОРСКА АКАДЕМИЈА НАУКА И УМЈЕТНОСТИ
ГЛАСНИК ОДЈЕЉЕЊА ПРИРОДНИХ НАУКА, 20, 2014.

ЧЕРНОГОРСКАЈА АКАДЕМИЈА НАУК И ИСКУССТВ
ГЛАСНИК ОДДЕЛЕНИЯ ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК, 20, 2014

THE MONTENEGRIN ACADEMY OF SCIENCES AND ARTS
GLASNIK OF THE SECTION OF NATURAL SCIENCES, 20, 2014.

UDK 627.712.44:621.396.67

Igor Đurović, Marko Simeunović*, Slobodan Đukanović**

ZDRUŽENA ESTIMACIJA DOLAZNOG UGLA I PARAMETARA POLINOMIJALNO-FAZNIH SIGNALA PRIMLJENIH ANTENSKOM REŠETKOM

Sažetak

Združena estimacija dolaznog ugla (DOA - engl. *direction of arrival*) i parametara polinomijalno-faznih signala (PPS - engl. *polynomial-phase signal*) koji stižu na antensku rešetku privlači značajnu pažnju istraživača poslednjih nekoliko decenija. Standardni estimatori ovakvih signala podrazumijevaju sprovođenje multidimenzione pretrage čiji se red povećava sa porastom reda PPS-a. Stoga, njihova praktična primjena je limitirana na PPS-e nižega reda. U radu je pokazano kako se, implementacijom tehnika baziranih na faznom diferenciranju, estimacija parametara PPS-a može efikasno obaviti sprovođenjem 1D pretraga za bilo koji red signala. Estimator predložen u ovom radu ima zavidne performanse koje mogu rezultovati njegovom potencijalnom primjenom u praktičnim aplikacijama.

Ključne riječi: polinomijalno-fazni signali, senzorska rešetka, parametarska estimacija

* Univerzitet Crne Gore, Elektrotehnički fakultet u Podgorici, e-mail: {igordj,markos,slobdj}@ac.me.

JOINT ESTIMATION OF DIRECTION OF ARRIVAL AND POLYNOMIAL PHASE SIGNAL PARAMETERS IN SENSOR ARRAYS

Abstract

In the last decade, the joint estimation of direction of arrival (DOA) and polynomial-phase signal (PPS) parameters attracted significant attention. Common estimation techniques require multidimensional search which order is larger as PPS order increases. Therefore, they are limited to lower order PPSs. In this paper, we propose an estimation procedure based on the phase differentiation. The procedure is computationally efficient since it requires 1D search only. The search order does not depend on the PPS order. According to the performance analysis performed in the paper, the proposed estimator is a good candidate for practical application.

Keywords: polynomial-phase signals, sensor array, parameter estimation

1 Uvod

U sonarima signali emitovani ili reflektovani od strane morskog sisara mogu se modelovati polinomijalno-faznim signalima (PPS - engl. *polynomial-phase signal*) [1]-[3]. Da bi se što tačnije odredili parametri i dolazni uglovi (DOA - engl. *direction of arrival*), akvizicija ovih signala se obavlja pomoću rešetke od nekoliko desetina do nekoliko stotina pravilno raspoređenih senzora. Stoga, cilj je, na osnovu podataka sa prijemnih senzora, izvršiti procijenu DOA-e i parametara emitovanog signala.

U literaturi se mogu naći brojni radovi koji se bave problematikom estimacije ovakvih signala. Pri odabiru estimatora neophodno je napraviti kompromis između tačnosti i računске složenosti. Tačnije tehnike zahtijevaju veliku računsku složenost, dok su one, manje tačne, računski prihvatljivije. Polinomijalno-fazni beamformer (PFB)

predstavlja tehniku uvedenu sa ciljem smanjenja računске kompleksnosti estimatora maksimalne vjerodostojnosti (ML - engl. *maximum likelihood estimator*) [4]. Iako je njegova kompleksnost značajno manja u odnosu na ML, PFB je primjenljiv samo do PPS-a drugoga reda, jer za signale većega reda estimacija parametara ovim estimatorom podrazumijeva sprovođenje pretrage po prostoru čije su dimenzije veće od 4D. U [5] autori su koristili ambiguity funkciju višega reda (HAF - engl. *high-order ambiguity function*) da bi došli do grubih parametara koje su kasnije poboljšavali pomoću Kalmanovih filtara. Kasnije je ovaj metod primijenjen na multikomponentne signale [6]. Da bi se estimirali multikomponentni signali, u [5] i [6] predložene su tehnike za "slijepo"razdvajanje komponenata. Takođe, predložene su i tehnike koje vrše estimaciju podvodnih kanala kroz koje se signal prostire [2], [3]. Ove tehnike su bazirane na vremensko-frekvencijskoj analizi i Mellin-ovim transformacijama.

Svi navedeni estimatori izvedeni su pod pretpostavkom da je primljeni signal uskopojasan. Međutim, kada se radi o mrežama senzora čiji je broj reda stotina, pretpostavka o uskopojasnosti ne stoji. Da bismo omogućili pouzdanu estimaciju parametara ovakvih signala u ovom radu, predložili smo metod zasnovan na faznom diferenciranju signala. Metod se sastoji iz dva koraka. U prvom koraku, signali primljeni na svakom senzoru se auto-korelacionom funkcijom transformišu u PPS-e nižega reda, da bi se, potom, u drugom koraku, njihovim kombinovanjem izvukle informacije od interesa.

Rad je organizovan na sljedeći način. Nakon uvodnog dijela, u Sekciji 2 dat je model signala i opis PFB estimatora. U Sekciji 3 pokazano je kako se metodom faznog diferenciranja može izvršiti efikasna estimacija parametara signala koji stiže na antensku rešetku, dok je numerička evaluacija predloženog metoda data u Sekciji 4. Zaključak sumira ostvarene rezultate.

2 Model signala i PFB

2.1 Model signala

PPS $s(n)$,

$$s(n) = A \exp(j\phi(n)) = A \exp\left(j \sum_{i=0}^P a_i(n\Delta)^i\right), \quad (2.1)$$

primljen antenskom rešetkom od M omnidirekcionih senzora, može se predstaviti sljedećim modelom:

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{a}(\theta, n)s(n) + \mathbf{v}(n), \quad n = -N/2, \dots, N/2, \quad (2.2)$$

gdje je A amplituda, $a_i, i = 0, \dots, P$ parametri faze PPS-a, $\mathbf{a}(\theta, n)$ tzv. *array steering vector* dimenzija $M \times 1$, $\mathbf{v}(n)$ vektor Gauss-ovog šuma dimenzija $M \times 1$ i $N + 1$ broj odbiraka signala $s(n)$. Pretpostavimo da je N paran broj.

Array steering vektorom se modeluje uticaj različitog vremena dolaska signala $s(n)$ na senzore antenske rešetke:

$$\mathbf{a}(\theta, n) = [1, \exp(j\omega(n)\psi), \dots, \exp(j\omega(n)(M-1)\psi)]^T. \quad (2.3)$$

U relaciji (2.3), $\omega(n)$ je trenutna frekvencija signala,

$$\omega(n) = \sum_{i=0}^{P-1} (i+1)a_{i+1}(n\Delta)^i, \quad (2.4)$$

dok se preko ψ izražava DOA, θ , na sljedeći način:

$$\psi = \frac{d}{c} \sin(\theta), \quad (2.5)$$

gdje je d rastojanje između dva susjedna senzora i c brzina prostiranja signala. Cilj estimacije je odrediti vektor nepoznatih parametara $\mathbf{V} = [\theta, a_1, \dots, a_P]$ obradom $\mathbf{y}(n)$.

2.2 Polinomijalni fazni beamformer

PFB se definiše kao [4]:

$$F(\mathbf{V}) = \frac{1}{MN} \left| \sum_{n=-N/2}^{N/2} \mathbf{y}^H(n) \exp \left(j \sum_{k=1}^P a_k (n\Delta)^k \right) \mathbf{a}(\theta, n) \right|^2, \quad (2.6)$$

gdje $(\cdot)^H$ predstavlja Hermitski operator. Izraz u relaciji (2.6) je $(P + 1)$ dimenziona funkcija i njenom maksimizacijom moguće je odrediti nepoznate parametre $[\theta, a_1, \dots, a_P]$.

Zbog velike računске kompleksnosti, PFB je ograničen na PPS do drugoga reda. U [4] upotreba genetičkog algoritma u optimizaciji ove funkcije smanjila je složenost, ali je istovremeno pogoršala i tačnost estimiranih parametara. U želji da estimiramo parametre PPS-a i DOA-u, sa što manjom računskom složenošću, u narednoj sekciji razmatraćemo način implementiranja 1D estimatora PPS-a u estimaciji parametara signala $\mathbf{y}(n)$.

3 1D estimacija signala primljenih antenskom rešetkom

Da bismo imali jasniju reprezentaciju modela signala opisanog u Sekciji 2.1, posmatrajmo signal primljen m -tim sensorom:

$$y_m(n) = A \exp \left\{ j(a_P(n\Delta)^P + \sum_{i=0}^{P-1} (a_i + (i+1)a_{i+1}\psi_m)(n\Delta)^i) \right\} + \nu_m(n), \quad m = 0, \dots, M-1. \quad (3.1)$$

Za fiksno m , ovo je i dalje PPS P -tog reda i njegovi parametri se mogu estimirati primjenom PD (PD - *engl. phase differentiation*) operatora, koji se može opisati relacijom:

$$\text{PD}_{y_m(n)}^0[n] = y_m(n)$$

$$\begin{aligned}
& \text{PD}_{y_m(n)}^1[n; \tau_1] = y_m(n + \tau_1)y_m^*(n - \tau_1) \\
& \text{PD}_{y_m(n)}^2[n; \tau_1, \tau_2] = \text{PD}_{y_m(n)}^1[n + \tau_2; \tau_1] \left(\text{PD}_{y_m(n)}^1[n - \tau_2; \tau_1] \right)^* \\
& \quad \dots \\
& \text{PD}_{y_m(n)}^K[n; \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_K] = \text{PD}_{y_m(n)}^{K-1}[n + \tau_K; \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{K-1}] \\
& \quad \times \left(\text{PD}_{y_m(n)}^{K-1}[n - \tau_K; \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{K-1}] \right)^*, \quad (3.2)
\end{aligned}$$

gdje je $\tau = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_K]$ skup parametara pomjeraja i K red PD operatora, tj. broj diferenciranja faze. Jedan korak ovoga operatora smanjuje red polinoma faze za jedan.

$(P - 1)$ autokorelacija $y_m(n)$ rezultuje sledećim signalom

$$\begin{aligned}
& \text{PD}_{y_m(n)}^{P-1}[n, \tau] = A^{2^{P-1}} \exp \{ j[2^{P-1} P! \tau^{P-1} \Delta^P a_P (n + m\psi/\Delta) \\
& \quad + 2^{P-1} (P - 1)! (\tau \Delta)^{P-1} a_{P-1}] \} + \nu_{1,m}(n) \\
& = B \exp \{ j2^{P-1} P! \tau^{P-1} \Delta^P a_P n \} \exp \{ j2^{P-1} P! \tau^{P-1} \Delta^{P-1} a_P \psi m \} \\
& \quad + \nu_{1,m}(n), m = 0, \dots, M - 1, |n| \leq N/2 - (P - 1)\tau, \quad (3.3)
\end{aligned}$$

gdje je

$$B = A^{2^{P-1}} \exp \{ j2^{P-1} (P - 1)! (\tau \Delta)^{P-1} a_{P-1} \}. \quad (3.4)$$

Primijetimo da $\text{PD}_{x_m(n)}^{P-1}[n, \tau]$ predstavlja proizvod dvije kompleksne sinusoide po n i m osi, respektivno. Kružna učestanost sinusoide po n osi je $\omega_n = 2^{P-1} P! \tau^{P-1} \Delta^P a_P$, dok one po m osi iznosi $\omega_m = 2^{P-1} P! \tau^{P-1} \Delta^{P-1} a_P \psi$. Kako su nepoznate u ovim frekvencijama samo parametri a_P i θ , iste se mogu estimirati estimacijom ω_n i ω_m :

$$\hat{a}_P = \frac{\hat{\omega}_n}{2^{P-1} P! \tau^{P-1} \Delta^P}, \quad (3.5)$$

$$\hat{\theta} = \arcsin \left(\frac{c}{d} \hat{\psi} \right) = \arcsin \left(\frac{c}{d} \frac{\hat{\omega}_m}{2^{P-1} P! \tau^{P-1} \Delta^{P-1} \hat{a}_P} \right). \quad (3.6)$$

Parametar ω_n možemo estimirati lokacijom maksimuma FT-a od $\text{PD}_{y_m(n)}^{P-1}[n, \tau]$ računatog po n osi, dok ω_m se može odrediti iz FT-a istog signala, ali sada računatog po m -osi. Kako imamo M senzora

i ukupno $N + 1 - 2(P - 1)\tau$ odbiraka signala, imaćemo i toliko estimiranih parametara ω_n i ω_m , respektivno. Konačna vrijednost parametra se može dobiti usrednjavanjem rezultata po svakom senzoru ili vremenskom trenutku. U [7] predloženo je α -trimovanje dobijenih rezultata umjesto standardnog usrednjavanja dobijenih estimacija. α -trimovanje niza \mathbf{X} , od N elemenata, definiše se relacijom:

$$\text{Trim}_\alpha[\mathbf{X}] = \frac{1}{N(1 - 2\alpha)} \sum_{k=\lfloor \alpha N \rfloor}^{\lceil (1-\alpha)N \rceil} X^s(n), \quad (3.7)$$

gdje je $\text{Trim}_\alpha[\cdot]$ operator trimovanja, α procenat odbačenih elemenata i \mathbf{X}^s sortiran vektor estimacija \mathbf{X} . α -trimovanje omogućava da u usrednjavanju dobijenih vrijednosti ne učestvuju one najveće i najmanje, jer one vjerovatno predstavljaju estimacije koje po vrijednostima značajno odstupaju od uobičajenih, tj. okarakterisane su velikom greškom.

Parametri nižega reda mogu se odrediti dechirpovanjem estimiranih parametara,

$$y_m^d(n) = y_m(n) \exp \left(-j \left((n\Delta)^P + Pm(n\Delta)^{P-1} \hat{\psi} \right) \hat{a}_P \right), \\ m = 0, \dots, M - 1, \quad (3.8)$$

i ponavljanjem slične procedure. Na ovaj način smo problem estimacije parametara $[\theta, a_1, \dots, a_P]$ sveli na pretraživanje po 1D prostoru. U daljem tekstu ovu metodu ćemo zvati PPS estimator (PPSE).

Primijetimo da za estimaciju parametara faze signala $s(n)$ može biti korišćen bilo koji PPS estimator, dok se parametar θ mora odrediti iz $\text{PD}_{y_m(n)}^{P-1}[n, \tau]$.

U tabelama 1 i 2 dati su algoritmi za estimaciju parametara PPS-a drugog i trećeg reda zasnovani na korišćenju α -trimovanja. PPS drugog reda estimiran je uz pomoć HAF-a [8], dok se za estimaciju parametara PPS-a trećega reda koristi kubična fazna funkcija (CPF - *engl. cubic phase function*) [9], jer je pokazala određene prednosti u odnosu na HAF.

for $m = 0$ **to** $M - 1$

Izračunati $\text{PD}_{y_m(n)}^1[n, \tau] = y_m(n + \tau) y_m^*(n - \tau)$, gdje je $\tau = N/4$.

Estimirati a_2^m iz FT $\text{PD}_{y_m(n)}^1[n, \tau]$ računate po n osi

$$\hat{a}_2^m = \frac{\arg \max_{\omega_n} \left\{ \text{FT}_n \left[\text{PD}_{y_m(n)}^1[n, \tau] \right] \right\}}{4\tau\Delta^2}.$$

end for

Estimirati a_2 pomoću α -trim operatora:

$$\hat{a}_2 = \text{Trim}_\alpha \left[\hat{a}_2^0, \hat{a}_2^1, \dots, \hat{a}_2^{M-1} \right].$$

for $n = -N/4$ **to** $N/4$

Estimirati θ^n iz FT-a $\text{PD}_{y_m(n)}^1[n, \tau]$ računatog po m osi

$$\hat{\theta}^n = \arcsin \left(\frac{c}{d} \frac{\arg \max_{\omega_m} \left\{ \text{FT}_m \left[\text{PD}_{y_m(n)}^1[n, \tau] \right] \right\}}{4\tau\Delta\hat{a}_2} \right).$$

end for

Estimirati θ i ψ

$$\hat{\theta} = \text{Trim}_\alpha \left[\hat{\theta}^{-\frac{N}{4}}, \hat{\theta}^{-\frac{N}{4}+1}, \dots, \hat{\theta}^{\frac{N}{4}} \right],$$

$$\hat{\psi} = \frac{d}{c} \sin(\hat{\theta}).$$

for $m = 0$ **to** $M - 1$

Ukloniti estimirane parametre iz faze m -tog signala

$$\hat{y}_m^d(n) = x_m(n) \exp \left\{ -j((n\Delta)^2 + 2m(n\Delta)\hat{\psi})\hat{a}_2 \right\}.$$

Estimirati a_1^m iz FT-a $\hat{y}_m^d(n)$ računatog po n osi

$$\hat{a}_1^m = \arg \max_{\omega} \left\{ \text{FT}_n \left[\hat{y}_m^d(n) \right] \right\}.$$

end for

Estimirati a_1 kao

$$\hat{a}_1 = \text{Trim}_\alpha \left[\hat{a}_1^0, \hat{a}_1^1, \dots, \hat{a}_1^{M-1} \right].$$

Tabela 1: Algoritam za estimaciju parametara PPS-a, $P = 2$.

Pretpostavimo $y_m(n)$ sljedećeg oblika:

$$y_m(n) = A \exp \{ j[A_0 + A_1 n\Delta + A_2 (n\Delta)^2 + A_3 (n\Delta)^3] \},$$

$$A_0 = a_0 + a_1 m\psi,$$

$$A_1 = a_1 + 2a_2 m\psi,$$

$$A_2 = a_2 + 3a_3m\psi,$$

$$A_3 = a_3.$$

for $m = 0$ to $M - 1$

Estimirati parametre A_3^m and A_2^m pomoću CPF-a računatog u dva vremenska trenutka $n = 0$ i $n = n_1 \approx 0.11N$ na sljedeći način:

$$\Omega_0 = \arg \max_{\Omega} |\text{CPF}_{y_m}(0, \Omega)|,$$

$$\Omega_1 = \arg \max_{\Omega} |\text{CPF}_{y_m}(n_1, \Omega)|,$$

$$\hat{A}_2^m = \Omega_0/2,$$

$$\hat{A}_3^m = (\Omega_1 - \Omega_0)/(6n_1\Delta).$$

Izračunati $\text{PD}_{y_m(n)}^2[n, \tau]$, gdje je $\tau = N/6$.

end for

K1: Estimirati A_3

$$\hat{A}_3 = \hat{a}_3 = \text{Trim}_{\alpha} \left[\hat{A}_3^0, \hat{A}_3^1, \dots, \hat{A}_3^{M-1} \right].$$

for $n = -N/6$ to $N/6$

Estimirati θ^n

$$\hat{\theta}^n = \arcsin \left(\frac{c}{d} \frac{\arg \max_{\omega_m} \left\{ \text{FT}_m \left[\text{PD}_{y_m(n)}^2[n, \tau] \right] \right\}}{24\tau^2\Delta^2\hat{a}_3} \right).$$

end for

Estimirati θ i ψ

$$\hat{\theta} = \text{Trim}_{\alpha} \left[\hat{\theta}^{-\frac{N}{6}}, \hat{\theta}^{-\frac{N}{6}+1}, \dots, \hat{\theta}^{\frac{N}{6}} \right],$$

$$\hat{\psi} = \frac{d}{c} \sin(\hat{\theta}).$$

for $m = 0$ to $M - 1$

Estimirati a_2^m iz \hat{A}_2^m sa $\hat{a}_2^m = \hat{A}_2^m - 3\hat{a}_3m\hat{\psi}$.

end for

Estimirati a_2

$$\hat{a}_2 = \text{Trim}_{\alpha} \left[\hat{a}_2^0, \hat{a}_2^1, \dots, \hat{a}_2^{M-1} \right].$$

for $m = 0$ to $M - 1$

Ukloniti \hat{A}_2^m i \hat{A}_3^m iz faze signala $y_m(n)$

$$\hat{y}_m^d(n) = \hat{y}_m(n) \exp \left\{ -j \left(\hat{A}_2^m(n\Delta)^2 + \hat{A}_3^m(n\Delta)^3 \right) \right\}.$$

Estimirati A_1^m iz FT-a $\hat{y}_m^d(n)$ računatog po n osi

$$\hat{A}_1^m = \arg \max_{\omega} \left\{ \text{FT}_n \left[\hat{y}_m^d(n) \right] \right\}.$$

Estimirati a_1^m iz \hat{A}_1^m , $\hat{a}_1^m = \hat{A}_1^m - 2\hat{a}_2^m\hat{\psi}$.

end for

Estimirati a_1

$$\hat{a}_1 = \text{Trim}_\alpha \left[\hat{a}_1^0, \hat{a}_1^1, \dots, \hat{a}_1^{M-1} \right].$$

Poboljšanje estimacije

for $m = 0$ **to** $M - 1$

Poboljšati tačnost parametara A_1^m , A_2^m and A_3^m uz pomoć O'Shea algoritma [10].

end for

Ponoviti korake počev od **K1**, koristeći poboljšane parametre A_1^m , A_2^m i A_3^m .

Tabela 2: Algoritam za estimaciju parametara PPS-a, $P = 3$.

3.1 Estimacija parametara PPS-a višega i nepoznatog reda

U podvodnoj akustici često se sreću signali koji se mogu modelovati PPS-om čiji je red veći od tri [11]. Algoritam opisan u ovoj sekciji se uspješno može primijeniti i na ovakve signale. Nakon estimacije a_P i θ korišćenjem (3.5) i (3.6), parametri nižega reda se određuju primjenom HAF-a na signal (3.8). Međutim, ovdje treba imati na umu da, zbog visokog praga, HAF ne može biti korišćen na niskim SNR-ovima. Stoga, u takvim uslovima bolje je upotrijebiti hibridni CPF-HAF pristup [12] ili pristup baziran na kombinaciji CPF-a višega reda i Wigner-ove distribucije višega reda [13].

Ukoliko red PPS-a nije poznat, PD operator može poslužiti za određivanje ove veličine [14]. Naime, da bismo odredili P , fazu $y_m(n)$ treba diferencirati sve dok se ne dobije signal čiji spektar sadrži samo jednosmjernu komponentu. Broj PD-a odgovara redu signala. Alternativni način za određivanje P opisan je u [15].

3.2 Dodatno poboljšanje robusnosti PPS estimatora

Jedna od dodatnih mogućnosti, koja povećava robusnost \hat{a}_P i $\hat{\theta}$ je, umjesto usrednjavanja dobijenih estimacija, usrednjavanje spektara $\text{PD}_{y_m(n)}^{P-1}[n, \tau]$ računatih po senzoru ili po vremenu [16]:

$$\begin{aligned}\hat{\omega}_n &= \arg \max_{\omega} \sum_{n=-N/2+(P-1)\tau}^{N/2-(P-1)\tau} \left| \text{FT}_n \left\{ \text{PD}_{y_m(n)}^{P-1}[n, \tau] \right\} \right|, \\ \hat{\omega}_m &= \arg \max_{\omega} \sum_{m=0}^{M-1} \left| \text{FT}_m \left\{ \text{PD}_{y_m(n)}^{P-1}[n, \tau] \right\} \right|. \quad (3.9)\end{aligned}$$

Ovdje usrednjavanje spektara ima isti efekat kao i proizvod kod PHAF-a. Naime, stvarni maksimumi u spektrima računatih po m/n osi uvijek će biti na istim pozicijama, dok oni nastali usljed šuma će se nalaziti na različitim pozicijama od spektra do spektra. Stoga, sabiranje će jačati stvarne maksimume, a slabiti lažne.

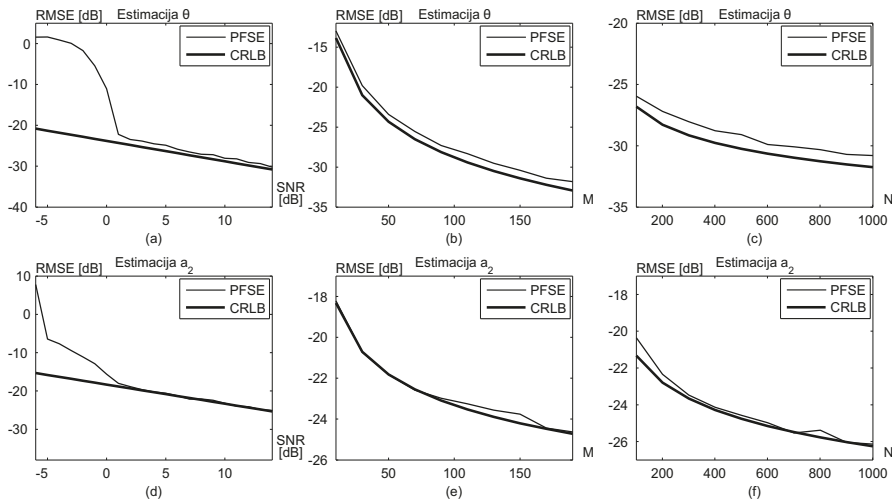
3.3 Računska složenost PPS estimatora za $P = 2$ i $P = 3$

Može se pokazati da je složenost algoritama opisanih u tabelama 1 i 2 reda $O(MN \log_2 MN)$ i $O(QMN)$, respektivno, gdje je Q broj tačaka na Ω osi korišćenoj prilikom računanja CPF-a [7]. Za razliku od PPSE-a, PFB ima složenost koja je reda $O(MNN_{\theta}N_{a_1}N_{a_2})$ ($P = 2$) i $O(MNN_{\theta}N_{a_1}N_{a_2}N_{a_3})$ ($P = 3$), gdje je N_{θ} , N_{a_1} , N_{a_2} i N_{a_3} broj tačaka po θ , a_1 , a_2 i a_3 osama pretraga, respektivno. Dakle, vidimo da opisani pristup ima značajno manju kompleksnost u odnosu na PFB, što ga stavlja u red potencijalnih kandidata za primjenu u realnim aplikacijama.

U narednom poglavlju ispitaćemo performanse opisane estimacione procedure.

4 Numerički primjeri

U ovoj sekciji izvršićemo evaluaciju performansi estimatora opisanog u prethodnoj sekciji. Kao mjera za ocjenu performansi biće kori-



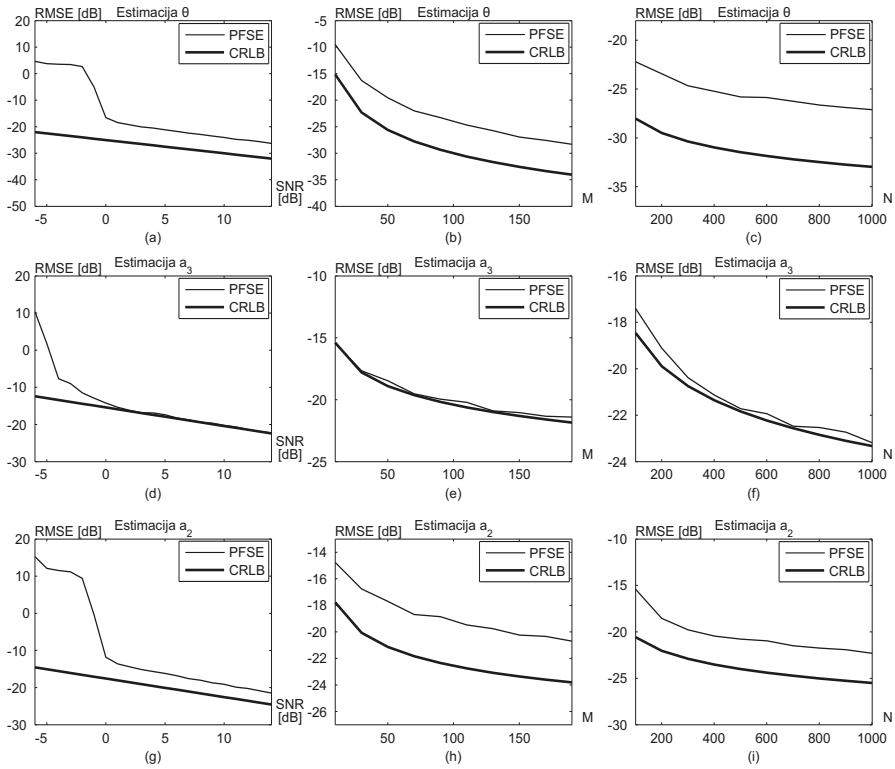
Slika 1: RMSE-i $\hat{\theta}$ i \hat{a}_2 ($K = 2$) za tri scenarija: (a) i (d) promjenljivi SNR, $N = 256$, $M = 100$; (b) i (e) promjenjivo M , $N = 256$, SNR= 10 dB; (c) i (f) promjenjivo N , SNR= 10 dB, $M = 100$.

šćen RMSE koji predstavlja korijen srednje kvadratne greške (RMSE - engl. *root mean squared error*). Ova jedinica je uobičajena za predstavljanje greške u obradi signala u sistemima zasnovanim na mrežama senzora. Za potrebe računanja RMSE-a koristićemo Monte Carlo simulacije sa 500 iteracija. Tri scenarija su razmatrana: zavisnost RMSE-a od odnosa signal-šum (SNR - engl. *signal to noise ratio*), zavisnost RMSE-a od M i zavisnost RMSE-a od N . Rastojanje između senzora u svim primjerima je $d = 1.5$, dok je brzina prostiranja kroz medijum $c = 1500$ m/s. Dolazni ugao signala je $\theta = \pi/6$.

Primjer 1. U ovom primjeru posmatrali smo PPS drugoga reda:

$$s(n) = \exp(j(19\pi + 5\pi(n\Delta) + 11\pi(n\Delta)^2)), (n\Delta) \in [-1, 1]. \quad (4.1)$$

U prvom scenariju snimali smo zavisnost RMSE-a od SNR-a, koji je razmatran u opsegu od -6 dB do 14 dB sa korakom od 1 dB. Ukupan broj odbiraka signala je $N + 1 = 257$ i signal je primljen sa $M = 100$ senzora. RMSE-i $\hat{\theta}$ i \hat{a}_2 estimiranih pomoću PPSE-a prikazani su na



Slika 2: RMSE $\hat{\theta}$, \hat{a}_2 i \hat{a}_3 ($K = 3$) za tri scenarija: (a), (d) i (g) promjenljivi SNR, $N = 256$, $M = 100$; (b), (e) i (h) promjenjivo M , $N = 256$, SNR= 10 dB; (c), (f) i (i) promjenjivo N , SNR= 10 dB, $M = 100$.

slikama 1 (a) i (d), respektivno. Na graficima smo takođe prikazali i odgovarajuće CRLB-ove [4]. Sa slika se može zaključiti da je prag ove estimacione tehnike oko 2 dB. Iznad praga, RMSE \hat{a}_2 dostiže CRLB, dok je RMSE $\hat{\theta}$ za oko 1 dB iznad CRLB-a.

U drugom scenariju gledali smo zavisnost RMSE-a od broja senzora. Naime, M smo posmatrali u intervalu od 10 do 190 sa koracima od 10. RMSE-i PPSE-a prikazani su na slikama 1 (b) i (e). Treći scenario podrazumijevao je snimanje karakteristika estimatora u zavisnosti od ukupnog broja odbiraka signala, koji je išao od 101 do 1001 pri fiksnom SNR= 10 dB i $M = 100$. RMSE-i prikazani su na slikama 1 (c) i (f). Za posljednja dva slučaja, posmatrani estimator se pokazao dosta stabilnim. Naime, pokazano je da rastojanje RMSE-a od CRLB-a u posmatranim intervalima ne zavisi od M i N . To rastojanje je isto kao i u prvom scenariju.

RMSE parametra \hat{a}_1 ovdje nije prikazan. Na njegovu tačnost veliki uticaj ima estimacija θ , pa se može pokazati da je RMSE ovoga parametra za oko 1 dB iznad CRLB-a.

Primjer 2. Ovdje smo snimali karakteristike PPSE-a na signalu trećega reda:

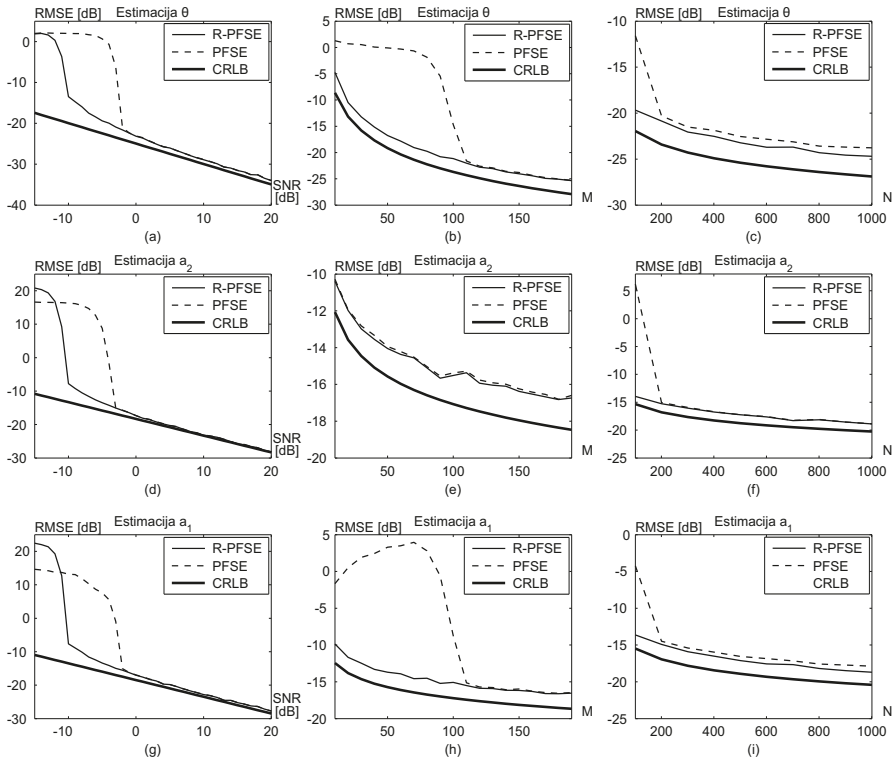
$$s(n) = \exp(j(19\pi + 5\pi(n\Delta) + 11\pi(n\Delta)^2 + 7\pi(n\Delta)^3)), (n\Delta) \in [-1, 1]. \quad (4.2)$$

Potpuno ista tri scenarija su razmatrana kao i u Primjeru 1. Dobijeni rezultati za a_2 , a_3 i θ prikazani su na Slici 2. Parametri su estimirani pomoću algoritma datog u Tabeli 2.

Prag SNR-a PPSE-a je oko 0 dB. Za sva tri slučaja RMSE parametra \hat{a}_3 je asimptotski efikasan, dok su RMSE-i \hat{a}_2 i $\hat{\theta}$ oko 3 dB i 6 dB iznad CRLB-a, respektivno.

Razlog primjetno lošijih performansi \hat{a}_2 u odnosu \hat{a}_3 leži u činjenici da tačnost \hat{a}_2 zavisi od tačnosti \hat{A}_2 , \hat{a}_3 i $\hat{\theta}$. Primijetimo takođe i lošije performanse $\hat{\theta}$ u odnosu na performanse \hat{a}_3 . Na $\hat{\theta}$ utiče estimacija \hat{a}_P i ω_m , kao i nelinearnost funkcije arcsin. Međutim, niska računaska kompleksnost ove tehnike opravdava pomenuti gubitak u tačnosti.

Primjer 3. U ovom primjeru smo izvršili poređenje klasičnog PPSE-



Slika 3: RMSE $\hat{\theta}$, \hat{a}_2 i \hat{a}_1 estimiranih pomoću PPSE-a i R-PPSE-a ($K = 3$) za tri scenarija: (a), (d) i (g) promjenljivi SNR, $N = 256$, $M = 100$; (b), (e) i (h) promjenjivo M , $N = 256$, SNR= -2 dB; (c), (f) i (i) promjenjivo N , SNR= 2 dB, $M = 100$.

a i PPSE-a koji umjesto α -timovanog operatora koristi usrednjavanje spektara PD-a (R-PPSE). Posmatrani signal je PPS drugoga reda, $x(n) = \exp(j(17\pi - 6\pi(n\Delta) + 14\pi(n\Delta)^2))$, $(n\Delta) \in [-1, 1]$. Tri scenarija su posmatrana: a) promjenljivi SNR (SNR $\in [-15, 20]$ dB), $N + 1 = 257$ i $M = 100$; b) promjenjivo M ($M \in [10, 190]$), SNR= -2 dB i $N = 256$; c) promjenjivo N ($N \in [100, 1000]$), SNR= -2 dB i $M = 100$. RMSE-i parametara PPS-a dobijenih PPSE-om i R-PPSE-om prikazani su na Slici 3.

U slučaju promjenljivog SNR-a, prag R-PPSE-a je za oko 8 dB

niži u odnosu na prag PPSE-a, dok iznad praga PPSE-a, obje tehnike imaju sličnu vrijednost RMSE-a, koja je dosta blizu CRLB-a. Za promjenjivo M , R-PPSE daje tačne estimacije nezavisno od broja senzora, dok su tačni rezultati PPSE-a ostvarljivi za $M > 100$. I u slučaju promjenljive dužine signala, metod zasnovan na usrednjavanju spektara je bolji u odnosu na metod zasnovan na α -trimovanju.

Ovim primjerom zaključujemo da je metod zasnovan na usrednjavanju spektra signala nakon PD-a mnogo robusniji od α -trimovanja. Pored toga što je robusniji, ovaj metod je i računski prihvatljiviji, jer ne uključuje sortiranje elemenata niza, koje se u drugom metodi ne može izbjeći. Sve ovo govori da je u realnim aplikacijama bolje koristiti R-PPSE.

5 Zaključak

U radu je predložen efikasan metod za združenu estimaciju dolaznog ugla i parametara PPS-a koji stiže na antensku rešetku. U odnosu na standardne estimatore ovih signala, predloženi metod omogućava značajno smanjenje računске kompleksnosti estimacione procedure uz neznatan gubitak tačnosti. Svi parametri PPS-a se estimiraju pomoću 1D pretraga, pa je predloženi metod pogodan za primjenu u realnom vremenu. Za razliku od drugih tehnika koje su ograničene na PPS-e nižega reda, predloženi metod se može primijeniti na bilo koji red signala. U radu je razmatrana detaljna estimacija parametara PPS-a i DOA-e za $P = 2$ i $P = 3$. Pokazali smo da u oba slučaja RMSE najvišeg parametra faze PPS-a dostiže teorijske limite u estimaciji, dok je DOA za oko 1 dB ($P = 2$) i 6 dB ($P = 3$) veća u odnosu na CRLB. Takođe je pokazano da usrednjavanje spektra signala sa pojedinačnih senzora rezultuje robusnijom estimacijom u odnosu na usrednjavanje estimacija sa svakog senzora.

Literatura

- [1] C. Ioana and A. Quinquis, "On the unitary equivalence application in the polynomial phase signal processing," in *Proc. Seventh Int Signal Processing and Its Applications Symp*, vol. 1, 2003, pp. 153–156.
- [2] A. Jarrot, C. Ioana, C. Gervaise, and A. Quinquis, "A time-frequency characterization framework for signals issued from underwater dispersive environments," in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech and Signal Processing ICASSP 2007*, vol. 3, 2007.
- [3] N. F. Josso, J. J. Zhang, A. Papandreou-Suppappola, C. Ioana, J. I. Mars, C. Gervaise, and Y. Stephan, "Wideband discrete transformation of acoustic signals in underwater environments," in *Proc. Conf Signals, Systems and Computers Record of the Forty-Third Asilomar Conf*, 2009, pp. 118–122.
- [4] A. B. Gershman, M. Pesavento, and M. G. Amin, "Estimating parameters of multiple wideband polynomial-phase sources in sensor arrays," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 49, no. 12, pp. 2924–2934, December 2001.
- [5] A. Ouldali, S. Sadoudi, and Z. Messaoudi, "Estimating wideband polynomial phase signals in sensor arrays using the extended Kalman filter," *International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing*, vol. 2, pp. 34–41, 2008.
- [6] M. Adjrad and A. Belouchrani, "Estimation of multicomponent polynomial-phase signals impinging on a multisensor array using state-space modeling," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 55, no. 1, pp. 32–45, 2007.
- [7] I. Djurović, S. Djukanović, M. Simeunović, P. Raković, and B. Barkat, "An efficient joint estimation of wideband polynomial-phase signal parameters and direction-of-arrival in sensor array,"

- EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2012, pp. 1–10, 2012.
- [8] S. Peleg and B. Porat, “Linear FM signal parameter estimation from discrete-time observations,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 27, no. 4, pp. 607–616, July 1991.
- [9] P. Wang, I. Djurović, and J. Yang, “Modifications of the cubic phase function,” *Chinese Journal of Electronics*, vol. 17, no. 1, pp. 189–194, January 2008.
- [10] P. O’Shea, “On refining polynomial phase signal parameter estimates,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 46, no. 3, pp. 978–987, July 2010.
- [11] C. Ioana and A. Quinquis, “Time-frequency analysis using warped-based high-order phase modeling,” *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2005, pp. 2856–2873, January 2005.
- [12] I. Djurović, M. Simeunović, S. Djukanović, and P. Wang, “A hybrid CPF-HAF estimation of polynomial-phase signals: Detailed statistical analysis,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 60, no. 10, pp. 5010–5023, October 2012.
- [13] I. Djurović, M. Simeunović, and B. Lutovac, “Are genetic algorithms useful for the parameter estimation of fm signals?” *Digital Signal Processing*, vol. 22, no. 6, pp. 1137–1144, December 2012.
- [14] B. Porat and B. Friedlander, “Asymptotic statistical analysis of the high-order ambiguity function for parameter estimation of polynomial-phase signals,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 42, no. 3, pp. 995–1001, May 1996.
- [15] M. Ikram and G. Tong Zhou, “Order determination and parameter estimation of multicomponent polynomial phase signals,” in

Statistical Signal and Array Processing, 1998. Proceedings., Ninth IEEE SP Workshop on, September 1998, pp. 352–355.

- [16] S. Djukanović, M. Simeunović, and I. Djurović, “Efficient parameter estimation of polynomial-phase signals impinging on a sensor array,” in *Embedded Computing (MECO), 2012 Mediterranean Conference on*, June 2012, pp. 116–119.