ЕРНЕСТ СТИПАНИЋ, Београд

# МАТЕМАТИКА И ПОГЛЕД НА СВИЈЕТ

## 1. ОПШТА ДРУШТВЕНА ПРАКСА КАО ИЗВОР МАТЕМАТИЧКИХ ПОЈМОВА И ТЕОРИЈА

1.1. Наука сумом својих практичних и теоријских ефеката дјелује као битан чинилац друштвеног прогреса. Она је све важнији елемент свијести и све неопходнији услов практичног и теоријског сналажења у лабиринту природних и друштвених појава. Из оног што је опште и заједничко науци, из њене филозофије, израста научно-филозофски поглед на свијет са свим дилемама које порађа научно-филозофска спознаја свијета у коме човјек живи и дјелује. О таквом „погледу на свијет" је овдје ријеч. У њему се као у некој жижи сустичу зраци савременог све снажнијег интердисциплинарног прожимања математичких, природних, техничких и друштвених наука. У том прожимању математици припада врло истакнута улога, посебно у савременим друштвеним токовима и у савременом положају човјека према природи, тј. у међуодносу *стварност-човјек*, узетом у цјелини, који се стално мијења.

1.2. За тај однос од битног значаја је *општа друштвена пракса*, под којом разумијемо: обичну дјелатну праксу човјека када обавља свакодневне послове; праксу науке, технике, умјетности и филозофије, којом се човјек користи у откривању закона природе, друштва, мишљења и свог духовног живота уопште, као и у конкретном овладавању тим законима. Ријеч је, дакле, о укупном раду као практичној (у ужем смислу) и теоријској (у ширем смислу) дјелатности човјека, које су друштвено условљене.

1.3. Развојни токови математике несумњиво потврђују плодотворно међудјејство математичке мисли и опште друштвене праксе. На изворима те праксе, као манифестације сталне интеракције човјека и стварности, рађале су се и стално рађају нове математичке методе и теорије, нови математички модели, као њени логички, односно теоријско-спознајни апстракти, да би се као такви поново вратили свом извору, општој друштвеној пракси, мијењајући и унапређујући је и добијајући нове подстицаје у свом узлазу ка апстракцији све вишег степена. Сама та пракса јавља се као критеријум истинитости математичких тумачења појава и процеса у природи, друштву и људском мишљењу. На тај начин општа друштвена пракса, а тиме и објективна стварност, неисцрпним богатством својих појавних и суштинских односа, утиче на развитак математике и, обратно, математика на развитак опште друштвене праксе, у рјешавању проблема на које човјек наилази у сталном сударању са стварношћу. Тако непрестано живи и *дијалектички* обострано дјелује спрега опште друштвене праксе и математике, као битни вид испољавања међуодноса *математика-стварност*, гдје математичким моделима као апстрактним, мисаоним творевинама све дубље продиремо у саму стварност.

Историјски токови математике, посматрани на основу методолошког и уопште гносеолошког принципа који у генези и развитку математичких појмова и теорија као најбитнији факт узима прелаз са апстракције нижег ка апстракцији све вишег степена, с једне стране, и историјски токови развитка опште друштвене праксе, с друге, предочавају у цјелини и појединостима генезу и развитак математичких идеја и метода као рационалних средстава којима се човјек служио и служи у свом активном и стваралачком односу према друштву и природи уопште. Спознаја развојних токова математике и опште друштвене праксе од примарног је значаја за схватање *дијалектичке* и *материјалистичке* суштине међуодноса *математика-стварност*, када се тај однос, у свијетлу опште друштвене праксе, посматра под онтолошко-епистемолошким и аксиолошко-антрополошким углом, тј. када желимо разјаснити његове вриједносно-хуманистичке карактеристике. Ту је математика увијек детерминирајуће утицала на формирање научно-филозофског, односно идејног, *погледа на свијет*, као синтезе и генерализације спознаје стечене на основу појединих наука, технике, филозофије и умјетности, а данас поготово утиче савременим токовима свог развитка и својим свестраним примјенама.

Пракса модерног и високо развијеног друштва један је од најзначајнијих извора и уточишта метода и теорија савремене математике. Научну заснованост те праксе битно карактерише непрекидно међудјејство ње и математике, којим се јасно потврђује спознаја да се математичке теорије, на свом узлазном путу од конкретног ка апстрактном, и обратно, не удаљују од истине, већ јој се све више приближавају и да, баш као такве, општу друштвену праксу богато оплођују и осмишљавају. Све то битно утиче на формирање савременог научно-филозофског *погледа на свијет.*

## 2. О МАТЕМАТИЧКИМ МОДЕЛИМА И НЕКИМ ФИЛОЗОФСКИМ ПРОБЛЕМИМА У ВЕЗИ СА ЊИМА

2.1. Улога математике у општој друштвеној пракси, сумарно посматрано и концизно формулисано, састоји се у томе да себи својственом *апстракцијом* једну реалну практичну ситуацију претвори у теоријску, односно да једну теоријску ситуацију нижег степена апстракције трансформише у теоријску ситуацију вишег степена апстракције и да све то изрази себи својственим језиком симбола и релација, да све то *формализује.* Тако се долази до „математичког модела" реалне практичне ситуације, односно извјесне теоријске ситуације, тј. оне се тако „математички моделују".

Уопште узев, можемо рећи да се под *математичким моделом* неке појаве, или неког процеса, затим неког односа или предмета, или неке теоријске ситуације, разумије конструкција једне математичке релације, или једног система математичких релација, односно конструкција једног или више математичких појмова путем апстрахирања, почев непосредно од стварности, па посредно преко ступњевитих, *дијалектичких* прелаза од апстракције нижег ка апстракцији све вишег степена, а у циљу да се дубље и свестраније проучи појава или процес, однос или предмет, или нека теоријска ситуација.

У том смислу истакнимо неке примјере математичких модела који су, за ову прилику, једноставни и инструктивни.

2.1.1. *Реалан број* као апстрактан појам, односно као математички модел, користи се, на примјер, у свим ситуацијама разноврсних мјерења. Аритметика проучава особине реалних бројева и операција са њима; она је, у неку руку, цјеловита теорија тог модела.

Као виши степен апстракције, тј. као апстракција апстракције, јавља се *комплексан број* у виду уређеног пара реалних бројева. Скуп реалних и скуп комплексних бројева бивају даљом апстракцијом *дијалектички* сједињени, на познати начин, у појму *линеарног простора.* На тај начин линеарни простор, математички модел вишег степена апстракције, настао претежно на основу потреба и захтјева изградње математике као науке, испољава индиректно, мање или више, оне потребе и захтјеве опште друштвене праксе који су директно били испољени реалним бројем као математичким моделом нижег степена апстракције.

2.1.2. Конкретне величине у вези са реалним појавама кретања и другим — сила, брзина, убрзање и друге — сугерисале су *вектор* као математички модел. Теорија вектора, као цјеловита теорија тог модела, одражава апстрактно особине и односе конкретних величина на основу којих је настао вектор као математички модел.

Вектор као оријентисана дуж — математички модел нижег степена апстракције — који је директно испољавао потребе и захтјеве праксе у физици, техници, поготово у механици, даљом апстракцијом се трансформише у појам уређене тројке реалних бројева — математички модел вишег степена апстракције — да би оба појма, на познати начин, *дијалектички* били сједињени у појму *линеарног простора* — математичком моделу вишег степена апстракције. Савремени појам вектора, крајње апстрактно генералисан, као уређено мноштво реалних бројева, нашао је веома значајне примјене у различитим наукама и постао је неопходан математички модел за савременог физичара, хемичара, биолога, медицинара, психолога, економисту, социолога, итд.

2.1.3. У проучавањима реалних појава у природи и друштву наилази се на конкретне промјенљиве величине и откривају се разнолике везе међу тим величинама. Облике тих веза, апстраховане од конкретних садржаја, разматра математика у виду апстрактних појмова *статистичке, корелиране и функционалне* зависности, као математичких модела. Теорија тих зависности, као цјеловите теорије споменутих модела, на мање или више посредан начин, кроз своје појмове и њихове примјене, одражавају разне ситуације у односима конкретних величина и у односима реалних појава за које су везане те величине.

Ако се размотре, на примјер, случајеви *функције* (односно функционалне зависности), почев од реалне функције (једнозначног пресликавања скупа реалних бројева на скуп реалних бројева), као математичког модела најнижег степена апстракције међу функцијама (који најнепосредније изражава потребе и захтјеве опште друштвене праксе), па до функције произвољног аргумента са произвољним вриједностима (једнозначног пресликавања произвољног скупа на неки други скуп), као математичког модела највишег степена апстракције међу функцијама (који је претежно настао из унутрашњих потреба и захтјева изградње математике као науке), онда имамо ситуације аналогне онима које смо истакли у случају броја и вектора.

2.1.4. Од посебног су значаја *једначине* (алгебарске линеарне, диференцијалне, интегралне, функционалне и друге) као математички модели који настају, уопштено речено, путем математичке апстракције веза између оног што је дато или познато и оног што се истражује као непознато у појавама и процесима. односно у разноврсним ситуацијама различитог степена апстракције. Конкретни облици тих веза апроксимативно и цјеловито се изражавају у теоријама једначина као математичких модела.

2.1.5. *Вјероватноћа* као математички модел спада међу најилустративније примјере генезе математичких модела апстрахирањем практичних ситуација и трансформисања ових у теоријске ситуације.

Нека је уочен један стохастички експеримент са $n$ свих могућих његових исхода и нека су $m$ од тих исхода повољни за остварење неког догађаја $D$. Под условом да су сви исходи једнако могући, количник $m/n$ је *математичка вјероватноћа,* или *вјероватноћа à приори* да ће се догађај $D$ остварити. Она је математички модел, заснован на математичкој апстракцији да су сви исходи стохастичког експеримента, као случајни догађаји, једнако могући, што се у ситуацијама, на примјер, хазардних игара, као стохастичких експеримената, у високом степену може остварити.

У ситуацијама стохастичких експеримената који се третирају у низу природних, техничких и друштвених наука, као и у људској практичној дјелатности, не може се реално обезбједити „једнака могућност" за све случајне догађаје који долазе у обзир. Ако се неки догађај $D$ у $n$ опита, изведених што је могуће више под истим условима, остварује $m$ пута, онда у наведеним ситуацијама примјери неограничено много пута практично провјерени показују да количник $m/n$ осцилује око једног сталног броја $p$, тако да се тим мање разликује од тог броја, уколико је већи број $n$, тј. уколико се више опита обави. Количник $m/n$ је релативна фрекфенција догађаја $D$, а споменути број $p$ је вјероватноћа наступања догађаја $D$, за коју се приближно узима да је $m/n$. То је *вјероватноћа à posteriori* или *статистичка,* односно *емпиријска вјероватноћа.* Она је, као математички модел, добивена путем математичке апстракције из посматрања, експеримената или опита у вези са догађајем $D$, односно из низа искуством стечених података о догађају $D$. Као таква одражава одређену објективну структуру процеса у којем се остварује догађај $D$ и може се схватити „као испољавање неке објективне особине случајног догађаја која се састоји у постојању одређеног степена његове могућности. „Веза између количника $m/n$ и броја $p$ прецизно се, као што је добро познато, формулише ставом да апсолутна вриједност њихове разлике неограничено опада када број опита расте, или да је вјероватноћа, да ће та разлика бити произвољно мала, једнака јединици. У томе се састоји, веома добро познати, Бернулијев (*J. Bernoulli,* 1654—1705) закон великих бројева, који има карактер скоро природног закона, јер казује да оно што се појединачно испољава као случајно у великој маси се испољава као нужно.

Тако се *вјероватноћом* и на њој заснованим *статистичким* појмовима, као математичким моделима, сасвим практичне ситуације трансформишу у теоријске, а теорија вјероватноће и статистика, као цјеловите теорије тих модела, одражавајући апроксимативно реалне ситуације у вези са конкретним случајним догађајима, јављају се као моћни инструменти истраживања појава у природи и друштву.

У ствари, вјероватноћа, као математички модел, јавља се, у виду функције, која је дефинисана на скупу случајних догађаја и чије су вриједности реални бројеви који нису мањи од нуле ни већи од јединице. Овим се јасно оцртава висок степен апстраховања практичних ситуација у вези са конкретним случајним догађајима.

2.1.6. Појам *структуре* (група, прстен, простор, оператор, итд.), као математички модел веома апстрактне и генералисане природе, настао је и развио се *претежно* на бази логике својствене *унутрашњим* потребама изградње математике као хипотетичко-дедуктивног система. Но, брижљивија и суптилнија анализа његове генезе и еволуције открива његове везе, додуше више *имплицитне,* него експлицитне, са математичким моделовањима конкретних феномена, која су откривали и крчили путеве ка њему, као математичком моделу вишег степена апстракције у односу на већ постојеће математичке моделе. Отуда су веома разумљиве плодоносне примјене појма *структуре* у савременим токовима развитка многих наука и технике, односно у савременој општој друштвеној пракси.

2.2. Многи математички модели настају на основу уочавања сличности или истовјетности међу диспаратним фактима или феноменима. Полазећи од тога ствара се њихова аналошка група, односно *аналошко језгро,* које чини подлогу математичком моделу појаве, стања или процеса. Реалне појаве и процеси (који могу бити веома диспаратни) математички се пресликавају на њихово аналошко језгро.

2.2.1. Уопште узев, у такве математичке моделе спадају *детерминистички* модели, који се заснивају на појму *функционалне* зависности. То су разни типови једначина (на примјер: диференцијалне једначине). Они одражавају детерминистичку законитост природних појава (на примјер: законитост појава кретања у макрокосмосу). Помоћу њих су постигнути огромни успјеси у небеској механици, међу чије најистакнутије ствараоце спада П. Лаплас (P. Laplace, 1749—1827). Отуда и његов, добро познати, строги детерминизам као научно-филозофски *поглед на свијет.*

*Стохастички* модели заснивају се на појму *вјероватноће.* Ту је, једноставно казано, увијек ријеч о некој случајној промјенљивој, карактеристичној за реалну појаву, која не добија вриједности строго одређено по неком фиксном пропису, дакле, не функционално, него са одговарајућим *вјероватноћама.*

2.2.2. У вези са детерминистичким и стохастичким моделима, односно у вези са детерминираношћу (нужношћу) и случајношћу, може се истаћи једно начелно питање, које је, са становишта теоријско-спознајног и опште методолошког, значајно за сваког истраживача природних појава, који користи у својим истраживањима математичке моделе. Наиме, Лапласов детерминизам казује да би исцрпно познавање параметара који дефинишу стање космоса и закона који владају космосом омогућило тачно предвиђање резултата сваког појединог опита у једном стохастичком експерименту. У датим условима један догађај могао би бити, дакле, само или сигуран или немогућ.

У ствари, резултат једног опита је детерминиран. Међутим, када изводимо опит, ми знамо само вриједност неких Лапласових параметара. Сигурни догађаји, који конституишу услове опита, одређују скуп опита којем односни опит припада, али нису довољни да разлуче опит. За један дати догађај не зна се да ли опит који изводимо припада скупу опита повољних или неповољних за реализацију догађаја. Управо ова несигурност, која проистиче из непотпуне обавијештености, а не од непостојања детерминираности, ствара од сигурног или немогућег догађаја само *вјероватан* догађај. Тако треба схватити смисао „случајних феномена", који су, ипак, објективно детерминирани. *Случајност је, дакле, само један појавни облик објективне детерминираности.* То је, као свјесно дијалектичко сазнање, од веома важног теоријско-спознајног и методолошког значаја за проучавање природе и друштва, а посебно за формирање *погледа на свијет,* који мора узети у обзир „строгу" и „пробабилистичку" детерминираност као појавне облике објективне детерминираности.

2.3. Незадрживо и брзо продирање математичких идеја и метода у готово све гране науке, технике и праксе уопште једна је од најбитнијих одлика савременог прогреса науке и технике.

2.3.1. Науке као што су механика, физика, астрономија и низ техничких, које се одавно развијају у сфери математичких модела, под утицајем токова савременог развитка математике, радикално мијењају своје класичне методе истраживања, када су у питању нарочито они проблеми које је са собом донио вијек аутоматизације, космонаутике и свијет елементарних честица.

Синтезом огромног броја експериментално откривених чињеница, с једне стране, и математичке теорије, с друге, засноване на моделима које пружају теорија поља, теорија матрица и теорија група, савремени истраживачи-физичари постигли су и постижу крупне успјехе у својим настојањима да размрсе путеве у лабиринту микросвијета. При откривању веза које постоје међу елементарним честицама битну улогу одиграла је теорија група; на основу ње конструисана је теорија симетрије елементарних честица, у сагласности са законима квантне механике. Апстрактни појам групе је примјер математичког модела који је управо својом апстрактношћу омогућио дубок продор људског ума у тајне објективне стварности, откривањем и предвиђањем најскривенијих веза међу микрочестицама.

2.3.2. За савремено математичко моделовање биолошких појава и процеса карактеристично је настојање биолога и математичара заједно да одговоре, просто речено, на питања, да ли је људски мозак машина своје врсте, односно може ли се конструисати рачунска машина слична мозгу која би „умјела да мисли".

Зато је њихова пажња концентрисана на проучавању централног нервног система.

Моделована је нервна ћелија или неурон, у виду коначног аутомата са два могућа стања-надражености и мировања. Комбинацијом тих модела-формалних неурона-добијен је модел нервног система-формални нервни систем. Проучавања мреже формалних неурона довела су до одређених теоријских достигнућа у логици и електротехници.

Формални неурони и апстрактна Тјурингова (A. M. Turing, 1912—1954) машина, као математички модели, постали су основа бројних занимљивих истраживања о природи мишљења и могућностима савремених електронских машина у вези са мишљењем. Нервне ћелије и нервне мреже се данас врло често, са мање или више успјеха, подвргавају математичким истраживањима. Покушавају се открити помоћу математичких модела тајне функционисања нервне ћелије и нервног система уопште.

На основу имитације процеса самообнављања, најпримитивније карактеристике живота, разматрају се методе. конструисања самостварајућих машина, које је први разрадио математичар Фон Нојман (J. Von Neumann, 1903—1957). Поставио је питање да ли се може конструисати машина из појединих простијих елемената, која ће, ако се смјести у средину снабдјевену довољним бројем споменутих елемената, произвести машину-аутомат, сличну првобитној. Показао је да се таква машина може конструисати. Савремена открића у генетици показала су да постоји изненађујућа сличност између Фон Нојмановог модела и процеса који настају у живој ћелији. Тако се биолошки процес самообнављања може разматрати у крајње апстрактној форми, односно може се математички моделовати.

Сва ова и њима слична истраживања доживјела су пуну кристализацију и синтезу у Винеровој (N. Wiener, 1894—1964) кибернетици, науци о управљању системима, која данас, с једне стране, практично обједињује низ врло апстрактних дисциплина математике и којој су, с друге стране, материјална основа електронске машине.

2.3.3. Математика све више постаје неопходна за науке које се баве друштвеним феноменима. Друштвене појаве и друштвени процеси се све више „егзактно" разматрају путем математичких модела.

Проблеми управљања у техничким, економским, биолошким, информационим и другим процесима подстакли су стварање читавих нових области у математици, као што су: динамичко програмирање, оптимално управљање и теорија случајних процеса.

Математичка логика и апстрактна алгебра су данас у научној, техничкој и уопште друштвеној пракси поуздани посредник између човјека и разних компликованих аутомата; на њиховом језику прецизно се постављају програми за аутомате. Ту се електронске цифарске машине појављују као снажно оруђе математизације оних ситуација у научној, техничкој и уопште у друштвеној пракси пред којима су стајали немоћни многи класични математички модели.

С обзиром на савремене токове развитка математике који се огледа у стварању математичких модела адекватних, на примјер, за проучавање проблема језика — математичка лингвистика, универзална граматика, итд., затим за проучавање проблема којима се баве психологија, социологија и друге науке о друштву, може се очекивати са сигурношћу да ће се математика све више и више примјењивати у наукама које се баве друштвеним феноменима. Данас се математичким методама врше истраживања у области археологије, палеографије, нумизматике, криминологије и историје књижевности.

Симетрија, толико значајна као умјетничка категорија, нашла је своју рационалну, дубоко суптилну, разраду у теорији симетрије Хермана Вејла (H. Weyl, 1885—1955), која је заснована на апстрактној теорији група као математичком моделу. Ова теорија налази своје примјене у тумачењима умјетничких дјела, давно насталих, као и у стварању нових. Или, узмимо на примјер математичку поетику, дисциплину чије је конституисање у току. У њој се питањима пјесничког језика и његових фигура прилази путем логичког моделовања на основу теорије скупова, апстрактне алгебре и топологије.

Када је ријеч о развијању смисла за прецизну, концизну, јасну и логички консеквентну аргументацију, као и смисла да се разликује битно од споредног, онда би било и те како потребно, на примјер, правницима, новинарима, политичким и друштвеним радницима, да темељно изучавају и усвајају методе логике, мислимо, у првом реду, методе математичке логике. У теорији и пракси за правника (судију, тужиоца, адвоката, правника у научним истраживањима) типичне су ситуације, не кажемо да су једине, које му постављају задатак да открије пут од посљедице до узрока (односно да на основу посљедице открије њен узрок). Такве ситуације захтијевају од правника да буде ванредно логички извјежбан и оштар. Оне му налажу да установи различите елементе и да на основу њих конструише хипотезу, па да помоћу законских прописа и обичаја, ланцем прецизних дедукција, дође до закључка који ће бити убједљив, и тако прихватљив. Та метода и тај начин резоновања — нека врста ретроградне индукције (као математичко-логичког модела) — типични су за ситуације у које често долазе математичари у својим истраживањима. Дедуктивно резоновање, битно за математику (као модел), често се сусреће у правним наукама и правној пракси, иако је ту ограничено самом природом чињеница. Математика, посебно математичка логика (својим моделима), може правнику пружити изванредну прилику да се учи потпуној, чврстој и објективној аргументацији, толико потребној његовој теорији и пракси.

Истакнимо још један најновији вид утицаја најапстрактније математичке методе, односно најапстрактнијег математичког моделовања, на друштвену праксу. Ријеч је, наиме, о *аксиоматској* методи. Ова метода је донедавно била својствена само истраживањима која су се односила на проблеме основа математике, односно њених дисциплина. Међутим, аксиоматски начин расуђивања све више постаје, у одређеном смислу, стил расуђивања у научној и техничкој пракси, а тиме и у друштвеној. То произлази из тога што савремена пракса модерно организованог друштва има све већу потребу за строгим и логички јасним расуђивањима, за прецизно и јасно формулисаним претпоставкама, на основу којих треба стварати теорије од битног значаја и доносити одлуке за успјешно управљање различитим процесима у друштву.

*

* *

Питања која су битно *филозофског* (онтолошко-гносеолошког и опште методолошког) значаја за математику, а тиме и за теорију спознаје у области математике, и чија садржина одговара научно и филозофски се уграђује у *поглед на свијет* савременог истраживача природе, друштва и мишљења, којем је математика неопходна у тим истраживањима, јесу, на примјер, сљедећа:

Каква је природа математичких модела, односно појмова и теорија који се разматрају у математици? У којем степену их човјек слободно конструише, а у којем су наметнути споља и како сазнајемо њихове особине? У каквом међусобном односу стоје рационална и емпиријска истина, када је ријеч о математичком моделовању стварности? Другим ријечима, какви су одговори на питања која имплицира вјечита онтолошко-гносеолошка тема „à priori — à posteriori“? Колико је егзистенција математичких модела, као апстрактних мисаоних творевина, различита и независна од егзистенције конкретних предмета, односа и појава стварности и колико су они условљени човјековим опажањима саме стварности? Другим ријечима, какви су одговори на питања која имплицира друга онтолошко-гносеолошка тема, а наиме, „апстрактно-конкретно“? У чему је узрок спознајне моћи математичких модела, када се употребе као средства истраживања? Како објаснити да математички модели, уколико су апстрактнији, по правилу, стичу све већу спознајну моћ, као инструменти којима се служимо у проучавању феномена стварности? Како се данас остварује јединство математичког рационализма и емпиријског реализма у проучавању цјелокупне природе, за које је, може се сликовито рећи, карактеристична, у дијалектичком смислу, девиза „ratio cum natura“.

Математички модели при површном посматрању могу изгледати да су неке вјештачке и произвољне творевине неког људског априорног духа или неке априорне имагинације, без везе са општом друштвеном праксом. Такве идеалистичке представе о њима, а није мали број математичара и истраживача корисника математичких модела који су склони да их тако онтолошки и гносеолошки третирају и на тој основи уграђују у свој општи *поглед на свијет*, могу се формирати у условима када упознавање са њима произлази само на основу њихових коначних и формализованих формулација, а заборављају се њихова генеза и њихов развитак. Међутим, ако им се приђе са позиција њихове стварне генезе и њихове историјске и научне еволуције, који су битно условљени општом друштвеном праксом и захтјевима унутрашње изградње математике као науке (а ови веома често представљају индиректно испољавање потреба и захтјева опште друштвене праксе), онда се ситуација битно мијења у нашим представама тих модела; открива се њихов реалан и дубок смисао као природних средстава спознаје стварности, а њихове коначне и формализоване формулације као круна њиховог развитка, јер они настају из сталног сударања човјека са стварношћу, без којег би остали скривени у човјеку само као могућност, попут оне Његошеве искре, да се метафорично изразимо, која би „у кам очајала" да је „удар" у камену није нашао.

Зато је у математици, као и у свакој другој науци, од битног значаја разматрати „садашње" у вези са „прошлим", јер се „садашње" развило из „прошлог", а исто тако „будуће" ће се развити из „садашњег". Проучавање „прошлог" у свакој науци, па и у математици, претвара се у средство којим се појми „садашње" и предвиђа „будуће" и тако се осмишљава развитак сваког математичког модела као историјски процес у спознаји стварности. Откривање континуитета еволуције скоковитим, *дијалектичким*, прелазима „прошлог" у „садашње" и овог у „будуће" је пут научне спознаје сваког развитка и основа за одговор на питања шта је и како се мијењало у одређеним етапама развитка оно чији развитак разматрамо.

Такав би морао бити научни и филозофски, тачније онтолошки и гносеолошки, прилаз одговорима на напријед постављена питања која се тичу математичких модела. То је пут да се разоткрије њихова *дијалектичка* и *материјалистичка* суштина. У том смислу они могу битно утицати на формирање прогресивног научно-филозофског, посебно марксистичког, *погледа на свијет*.

У међуодносу математика-стварност увијек се поставља питање на који се начин остварује „пресликавање" стварности у математички модел, односно како се одражава стварност математичким моделом, другим ријечима како настаје математичко мишљење као посебан вид мишљења уопште. Проблемима како настаје мисао уопште интензивно се данас бави биокибернетика, тражећи им рјешења у физиолошким и другим био-хемијским ситуацијама људског мозга и нервног система, при чему математички модели играју значајну улогу. Та биокибернетска истраживања научно конкретно потврђују познату Марксову мисао да „идеално није ништа друго до материјално пресађено у човјекову главу и преображено у њој", а то има одређених импликација за битне садржаје *погледа на свијет*. Када је ријеч о међуодносу математика-стварност, поставља се и обратно питање „пресликавања" математичког модела на стварност као посебно научно питање са филозофским, односно онтолошко-гносеолошким, логичким и методолошким импликацијама, које врше одређени утицај на свијест истраживача, корисника математичког модела, и које могу имати одређене практичне посљедице за његов *поглед на свијет*.

У оквирима цјеловитих теорија одговарајућих математичких модела долази се до извјесних теоријских ставова који се односе на математички моделоване практичне ситуације. Тада се поставља питање, без обзира што су такви ставови односно закључци математички и логички исправни у оквиру дате теорије, колико су они релевантни, тј. стварно значајни, за практичне ситуације на које се односе. На то питање не може се дати апсолутан одговор, јер све зависи од тога колико тачно модел одражава практичну ситуацију, односно колико је она била упрошћена математичким апстрахирањем приликом изградње модела. У том погледу не постоји потпуно савршен модел, а праксом се провјерава колико су закључци изведени на основу модела истинити, односно остварљиви, другим ријечима, провјерава се вриједност модела као истраживачког инструмента у проучавању односа и појава стварности. Такво провјеравање сугерише путеве евентуалне корекције модела, односно његовог усавршавања у смислу да што вјерније одражава практичну ситуацију и да тако постане ефикаснији као инструмент истраживања појава стварности, или његово потпуно одбацивање, јер „чисти математичар које би заборавио да постоји спољни свијет" — каже велики француски математичар Анри Поанкаре (H. Poincaré, 1854—1912) — личио би на сликара који би знао да складно комбинује боје, али који не би успио да створи слике. Његова стваралачка моћ ускоро би пресахла."

На *дијалектичком* путу спознаје истине, спознаје објективне реалности „од живог опажања ка апстрактноме мишљењу и од њега ка пракси" (Лењин), математичко моделовање стварности, својом апстрактношћу и конкретношћу, најубедљивије потврђује да се људска мисао креће и развија у непрестаној интеракцији са законима објективне стварности, јер би иначе било немогуће математичким моделима, као мисаоним творевинама, разрјешавати конкретне компликоване проблеме опште друштвене праксе.

Математички модели можда најрељефније показују како се једном сазнати закони и облици развитка објективне стварности трансформишу у принципе и модалитете теоријске мисли, која се затим свјесно и креативно, по изгледу само априорно, користи у даљем и дубљем истраживању саме те стварности, потврђујући незамјенљиву улогу апстракције у откривању праве истине о тој стварности. Јер „нема гране математике, ма како да је апстрактна, која се једног дана не би могла примијенити на појаве стварног свијета" — истицао је Лобачевски (Н. Лобачевский, 1792—1856), творац нееуклидске геометрије, крајње апстрактног геометријског модела који је нашао своје примјене у конкретним проблемима савремене физике. Све ово имплицира веома дубоке и суптилне филозофске проблеме међуодноса рационалне (математичке) и емпиријске истине, математичког рационализма и емпиријског реализма. Ти проблеми се отварају пред сваким правим истраживачем природе (корисником математичких модела) и заокупљују његову свијест разним онтолошко-гносеолошким дилемама, које веома често опредјељују карактер његовог филозофског као идејног *погледа на свијет*.

## 3. О ДИЈАЛЕКТИЧНОСТИ МАТЕМАТИЧКИХ ПОЈМОВА И ИСКАЗА

3.1. Једно од битних обиљежја конструкције појмова и теорија у математици састоји се у непрекидном стварању могућности да се ти појмови и теорије уопште. Процес тог уопштавања носи са собом елементе који повезују стари, ужи појам с новим, проширеним појмом, односно стару, ужу теорију с новом, проширеном теоријом (на примјер: сукцесивно уопштавање појма броја од природног до комплексног, или уопштавање појма функције од функције реалног аргумента са реалним вриједностима до појма оператора, или појма раздаљине између два математичка објекта као тачака одређеног простора, или појма интеграла и других). *Принципом перманенције* утврђују се ти елементи и свјесно уграђују у нови, проширени појам, односно у нову, проширену теорију (на примјер: закони операција-комутације, асоцијације и дистрибуције у сукцесивном уопштавању појма броја од природног до комплексног). На тај начин *Принцип перманенције* се показао као један од битних руководних принципа када је у питању конструкција нових, односно генерализација старих, појмова и теорија у математици. Зато он има велики научно-методолошки и филозофски значај за цјелокупну математику.

Која је гносеолошка односно дијалектичка подлога *Принципа перманенције?* Одговоримо кратко на то питање.

У процесу генерализације појмова и теорија у математици, односно у процесу њихове еволуције, *Принцип перманенције* се непрекидно манифестује као врло општи и ефикасни методолошки принцип. Уопште узев, споменути процес се очитује, с једне стране, у превазилажењу одређених особина првобитног (старог, ужег) појма, односно првобитне (старе, уже) теорије, што значи у негацији првобитног појма, односно првобитне теорије, као момента раскида новог са старим, а затим, с друге стране, у конзервацији одређених битних особина, важећих за првобитни појам, односно првобитну теорију, тј. у *негацији негације*, као момента везе новог са старим, којим се остварује *континуитет* еволуције. Тај моменат везе, та *дијалектичка* негација, иманентни су *Принципу перманенције* и одређују му смисао методолошког и развојног принципа. На тој гносеолошкој основи остварује се његова улога у *дијалектичкој* генерализацији појмова и теорија у математици, што значи у генерализацији којом су истовремено, у Хегеловом смислу ријечи, ужи појам, односна ужа теорија, укинути и сачувани, тј. *превазиђени,* генералисаним појмом, односно генералисаном теоријом.

У еволутивној генерализацији појмова у математици, као и теорија везаних за те појмове, увијек се јавља ситуација у којој се сврсисходном примјеном *Принципа перманенције* фактички фиксира *дијалектичка* негација као моменат везе између старе, уже теорије и нове, генералисане теорије, јер „Негација — вели Гастон Башелар (G. Bachelard, 1884—1962) — мора остати у вези са првобитном формацијом. Она мора допустити дијалектичку генерализацију. Генерализација негирањем мора укључити оно што негира." („La négation doit rester en contact avec la formation première. Elle doit permettre une généralisation dialectique. La généralisation par le non doit inclure ce qu'elle nie"). Зато Курно (O. Cournot, 1801—1877) у *Прицнипу перманенције* као битну ствар види „рационалну везу" („connexion rationelle"), а коју Бреншвиг (L. Brunschwicg, 1869—1944) радије зове „природном везом" („connexion naturelle").

Тај моменат везе новог и старог, који је у бити моменат развоја, опредјељује, као што смо истакли, карактер *Принципа перманенције* као развојног и његову вриједност као методолошког принципа у еволуцији појмова и теорија у математици, али не као принципа à priori, већ као принципа који резултира из научне, објективно историјски условљене, еволуције појмова и теорија у математици. Он се нужно јавио на крају једне завршне етапе те еволуције. Откривеног и свјесно спознатог, људски га ум стваралачки и слободно користи као инструмент даљег истраживања и даљег сазнавања стварности, па нам тако изгледа да има карактер априорног принципа, односно карактер творевине човјековог „априорног духа" или човјекове „априорне имагинације". Његова гносеолошка основа је у дијалектичком *Принципу негације негације,* па из тога произлази, у крајњој линији, његов општи методолошки и филозофски значај и његова плодоносна примјена у конструкцији математичких појмова и теорија.

Истакнимо да се *дијалектичка* генерализација појмова и теорија у математици, којој је (генерализацији) подлога у дијалектичком *Принципу негације негације* и у којој се као најбитнији факт узима прелаз од апстракције нижег ка апстракцији све вишег степена, сматра као основни критеријум периодизације развитка математике, односно одредбе његових главних етапа (периодизација развитка математике А. Н. Калмогорова, великог совјетског и уопште савременог свјетског математичара, рођеног 1903).

3.2. Проблеми мерења дужина кривих (ректификација) површина геометријских површи (квадратура) и запремина геометријских тијела (кубатура) одиграли су значајну улогу у развитку математике. Математика се њиховим рјешавањем давно срела са појмом бесконачности, који се показао неопходним за њу и који је постао темељ на коме су се изградиле и изграђују методе „више математике". Показало се врло рано да проблеми ректификације, квадратуре и кубатуре стоје на раскрсници путева који воде из „елементарне" у „вишу" математику. И није случајно да су баш ти проблеми, како у погледу своје везаности за општу друштвену праксу, тако исто и у погледу своје „чисте" математичке садржине, битно подстицали рађање интегралног и диференцијалног рачуна.

Основне тешкоће у рјешавању проблема ректификације, квадратуре и кубатуре произлазиле су из супротности које имплицирају узајамни односи праве и криве линије, равне и криве површи, тијела ограниченог равним површима и тијела ограниченог кривим површима, тј. из *дијалектичке* супротности: *правост-кривост*. Јер, противрјечно је, на примјер, мјерити лук криве кореспондентном тетивом, пошто она никад не може са њим бити конгруентна (уписивањем полигоналне линије у лук криве, на примјер: полигона у кружницу); или противрјечно је мјерити површ тијела ограниченог кривим површима површином призматичног тијела (на примјер: површ ваљка уписивањем призме у ваљак), пошто дио површи првог никад не може бити конгруентан са кореспондентним дијелом површи другог; слично је ако је ријеч о запремини тијела ограниченог кривим површима. Такве су се противрјечности, дакле, са гледишта логичког и уопште гносеолошког, оцртавале у рјешавању проблема ректификације, квадратуре и кубатуре. Требало је наћи излаз из ових противрјечности, требало их је *дијалектички* разријешити. Математика га је нашла, у појединим случајевима, и прије диференцијалног и интегралног рачуна, у идејама и методама бесконачног (на примјер: уписивањем у кружницу полигона чији број страна неограничено расте; уписивањем призма у ваљак чији број страна неограничено расте, итд.), за које се у епистемолошком смислу може казати: „да нису ништа друго него примјена дијалектике на математичке односе" (метода ексхаустије и метода недјељивих), као што је Енгелс казао за инфинитезимални рачун који се јавио послије Декартове (R. Descartes, 1596—1650) геометрије. Правилност таквог излаза потврдили су конкретни и врло прецизни резултати до којих је математика дошла у теоријским и практичним проблемима ректификације, квадратуре и кубатуре.

Но, општи пут *дијалектичком* разрјешавању споменутих и других противрјечности које су имплицирали наведени проблеми, као и њима слични који стоје у непосредној вези са теоријом мјере, био је чврсто трасиран тек онда када је Декартова координатна метода објединила геометрију с алгебарском и инфинитезималном анализом. Тада се, као што је добро познато, дошло и до опште методе рјешења проблема тангенте, јер се идеја *апроксимативне коинциденције* праве и криве линије (односно дијела криве површи са дијелом тангентне равни као дијелом равне површи), а то је управо идеја *дијалектичке* идентификације праве и криве линије (односно криве и равне површи), која је била већ давно у приједдекартовској математици истакнута, могла прецизно и лако аналитички формулисати захваљујући координатној методи.

Може се истаћи да је споменуте противрјечности, које имплицира супротност *правост-кривост*, математика разријешила појмом *лимеса*, односно посредством потенцијалне бесконачности, идентификујући тако *дијалектички* правост и кривост, при чему је битну улогу одиграла *апстракција потенцијалне остварљивости*.

3.3. Уочимо, на примјер, слиједеће математичке исказе:

Троугао је равна геометријска фигура потпуно ограничена са три дужи.

Функција $x \to f(x)$ реалног аргумента $x$ са реалним вриједностима је диференцијабилна у тачки $x = x_0$, ако постоји

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$$

За бесконачни ред $\sum\limits_{n=0}^{\infty} u_n$ каже се да је конвергентан, ако постоји $\lim\limits_{n \to \infty} \sum\limits_{k=0}^{n} u_k$.

Скуп комплексних бројева је линеарни простор.

Скуп функција $x \to f(x)$ интеграбилних у интервалу $[\alpha, \beta]$ је линеарни простор.

У свим овим исказима супротности *појединачно* и *опште* се *дијалектички* идентифицирају, тј. појединачно (овдје: троугао, диференцијабилна функција, конвергентан ред, скуп комплексних бројева, скуп интеграбилних функција) је опште (овдје: равна фигура, функција реалног аргумента са реалним вриједностима, бесконачни ред, линеарни простор) и обратно. Наиме, појединачно постоји у везама које воде општем. Опште само приближно обухвата појединачно; оно је само дио појединачног.

Потребно је обратити посебну пажњу на *дијалектичку* релативност појмова појединачног и општег, јер појединачно у односу на једно може у исти мах бити опште у односу на друго (овдје: скуп комплексних бројева је појединачно у односу на линеарни простор, али је у исти мах опште у односу на скуп реалних бројева; скуп интеграбилних функција је појединачно у односу на линеарни простор, али је истовремено опште у односу на скуп непрекидних функција). Та релативност омогућава да диспаратни појмови (овдје: скуп реалних и комплексних бројева; скупови непрекидних и интеграбилних функција) буду подређени једној *дијалектичкој* синтези (овдје: линеарном простору), која је необично карактеристична за методологију математике.

Посебно се истиче *дијалектичка* релативност појединачног и општег када се разматрају улога и карактер индукције и дедукције као научних метода у математици. Истакнути совјетски математичар А. Ј. Хинчин (А. Я. Хинчин, 1894—1959) писао је о томе:

„Стари спор који није престао ни до наших дана о томе у којој је мјери математика дедуктивна, а у којој индуктивна, долази у ћорсокак, дегенерише се у терминолошку препирку; а овакав је исход неизбјежан све док се држимо формално-методолошке супротности дедукција-индукција. Међутим, оваква супротност не само да је необавезна, већ је и неправилна, зато што у живој стварности математичке научне методе дедукција и индукција су у суштини подређене једној потпуно дијалектичкој и веома плодоносној синтези — синтези која чини један од најважнијих момената математичке методе.

Ако се договоримо да схватимо дедукцију у ширем смислу као добијање појединачних закључака на основу општих правила, а индукцију као извођење закључака општег карактера на основу посебног материјала којим располажемо, одмах је непосредно јасно да је то теза и антитеза. Синтеза је овдје могућа (и потребна) због релативности појмова појединачног и општег".

А. Ј. Хинчин у својим разматрањима о броју истиче да је комплексан број „у својој првобитној форми чисто имагинарног броја супротан реалном, а у свом даљем развитку прелази у такав општи појам (синтезу), у коме се, као разни видови, јављају и реалан број (теза) и чисто имагинаран (антитеза), при чему сваки од та два један другоме супротстављена појма у тој синтези потпуно задржава своја специфична обиљежја, ступајући у разноврсне односе са својом синтезом „и да све то јасно показује" како се у математици реализује дијалектички закон супротности" и да су то „појаве у којима долази до израза један те исти закон дијалектичке логике, појаве необично карактеристичне за цио стил математичке науке; појам који је првобитно поникао као антитеза извјесном датом појму и који је првобитно стајао према овоме у односу отворено изражен антагонизма, доцније, пошто је издигнут на виши степен, синтетизује се са овим у један једини заједнички појам, при чему, наравно, у томе јединству оба појма у пуној мјери задржавају супротна обиљежја."

У конструкцији математичких исказа и у њиховом разматрању са становишта супротности појединачног и општег, увијек разлучујемо суштинско од појавног и супротстављамо их једно другоме. То је *дијалектички* пут едификације и анализе разматраних исказа (сјетимо се, на примјер, генезе и развитка појмова и исказа о броју и функцији и у вези са њима граничне вриједности, непрекидности, диференцијалибности и интеграбилности функције и одговарајућих исказа који се тичу тих појмова, односно дефиниција и теорема).

3.4. Лењин је истицао да је *бит дијалектике* раздвајање једног и спознаја његових противрјечности, односно супротних, дијелова, и да то треба провјерити *историјом науке*, а да идентитет супротности треба схватити као *закон спознаје* откривањем супротних тенденција у свим појавама и процесима природе, које у њиховом самокретању спознајемо као јединства супротности. Све то налази одјека у облицима и законима људског мишљења, па самим тим и у математичком мишљењу.

У теоријама математичких модела значајну улогу игра раздвајање *једног* и спознаја његових *супротних* дијелова. На примјер, у случају појмова броја, скупа и функције, као математичких модела, имамо: реалан-комплексан број; финитан-трансфинитан број; коначан-бесконачан скуп; прекидан-непрекидан скуп; прекидна-непрекидна функција; диференцијабилна-недиференцијабилна функција; интеграбилна-неинтеграбилна функција, итд. Генеза, историјска и научна еволуција ових појмова јасно указују на пут спознаје њихових супротних дијелова, а у вези са тим и на пут спознаје одговарајућих исказа и теорија.

С обзиром и на друге супротности, које долазе до израза у математици, на примјер: à priori — à posteriori, апстрактно-конкретно, интуитивна-логичка спознаја, анализа-синтеза, индукција-дедукција, квалитативно-квантитативно, случајно-нужно, детерминирано-индетерминирано и друге, била би занимљива методолошка и уопште епистемолошка размишљања и истраживања. Сматрамо да би она, с једне стране, открила одређене *дијалектичке* ситуације, као опште методолошке ситуације у едификацији кореспондентних математичких појмова и исказа, као математичких модела, и, с друге стране, освијетлила би *дијалектички пут* њихове генезе и њихове историјске и научне еволуције.

*
* *

*Дијалектичност* математичких појмова и исказа, коју смо, само неким примјерима, овдје сумарно илустровали, свакако може веома одређено утицати на епистемолошку (посебно опште методолошку) опредијељеност математичара и сваког истраживача, коме је математика инструмент у истраживањима феномена којима се бави. На тај начин, једном уочена и свјесно спозната, та *дијалектичност* ће сасвим природно и сигурно заузети значајно мјесто међу чиниоцима којима се конституише њихов *поглед на свијет*, као научно-филозофски и шире као идејни поглед.

## 4. ЕПИЛОГ

У спознавању међуодноса *човјек-стварност* математици припада истакнута улога. На изворима опште друштвене праксе, као укупне теоријске и практичне дјелатности човјека, чији развитак стално подстиче споменути међуоднос са његовим проблемима и дилемама, настају математички појмови и теорије, односно математички модели, и са општом друштвеном праксом се даље развијају. Тај развитак математичких модела тече почев од непосредне апстракције стварности, а затим преко ступњевитих, *дијалектичких* прелаза од апстракције нижег ка апстракцији све вишег степена, што математичким моделима даје карактер релативно слободних, априорних мисаоних творевина људског ума. Те прелазе карактерише *дијалектичка* генерализација математичких појмова и теорија, којој је гносеолошка подлога у дијалектичком *Принципу негације негације,* при чему је *дијалектичка синтеза* супротних појмова, на основу дијалектичке реалативности појмова појединачног и општег, један од битних момената математичких метода креирања појмова и теорија. Такав онтолошко-гносеолошки приступ математичким појмовима и теоријама, заснован на чињеницама њихове стварне генезе и еволуције, води ка *материјалистичком* и *дијалектичком* разрјешавању основних онтолошко-гносеолошких, односно филозофских, дилема које се јављају у међуодносу *математика-стварност,* као што су дилеме на релацијама: „à priori — à posteriori", односно „апстрактно-конкретно", или „рационална и емпиријска истина", односно „математички рационализам и емпиријски реализам". У том смислу математика, у едификацији прогресивног, научно-филозофског, посебно *марксистичког,* погледа на свијет игра све већу и значајнију улогу. Зато је, на примјер, у читавом образовном систему, на свим нивоима, гдје је математика данас заступљена на врло широком фронту, потребно и веома важно узети у обзир, поред њене чисто образовне улоге, и ту њену идејно-васпитну улогу, која има практичних и теоријских посљедица за васпитање и образовање, како педагошких, тако и научних кадрова у области математике и њених примјена.

Човјек у сталној *интеракцији* са стварношћу, општом друштвеном праксом, мијења ту стварност и истовремено се и сам мијења. Он је *хуманизује,* прилагођава је себи, али уједно и себе прилагођава њој. У тој интеракцији међуоднос *математика-стварност* открива теоријско-спознајну и вриједносно-хуманистичку бит математике. Математика постаје, тако рећи, „савјест" спознаје стварности, а не само „инструмент" те спознаје, али би било илузорно и помислити да се специфичне методе појединих наука, с обзиром на савремено „математичко освајање" опште друштвене праксе, могу замијенити математичким методама (такве се идејне и методолошке девијације јављају, на примјер, у вези са примјенама електронских рачунара и других аутомата), што би био идеализам своје врсте — *математизам,* изражен становиштем о некој „свемоћи" математике као инструмента којим се служимо у проучавању разних феномена, јер математика данас заиста може много, али далеко је од тога да може све. Тако се математички појмови и теорије уграђују у *дијалектику* као општу теорију мијењања свијета. Они је потврђују у ширем смислу и као науку о мишљењу, помоћу које се схвата тај свијет, његови закони и његови облици, да бисмо затим, схвативши га, активно се односили према њему и мијењали га *општом друштвеном праксом.* То одговара сталној човјековој тежњи да што више осмисли своје мјесто и своју улогу у природи и да непрекидно унапређује материјалне и духовне услове своје егзистенције. За постизање тих циљева математика пружа велике теоријско-спознајне и практично-хуманистичке могућности, па се тако, уопште узев, она уграђује као незамјењив елемент научно-филозофског *погледа на свијет* нашег и будућег времена.

## ЛИТЕРАТУРА


1. L. Brunschwicg: *Les étapes de la philosophie mathématique,* Pariz, 1972;
2. J. Dieudonné: *Abrégé d'histoire des mathématiques* (1700—1900), I, II, Paris, 1978;
3. N. Bourbaki: *Elements d'histoire des mathématiques,* Paris, 1974;
4. А. П. Юшкевич: *История математики.* Т. I, II, III, Москва, 1970—1972;
5. L. Geymonat: *La metamatematica dopo Hilbert,* Atti del settimo congresso dell'Unione matematica italiana, Roma 1965; *Storia del pensiero filosofico e scientifico* T. I—VII, Garzanti, Milano, 1972—1976;
6. R. Taton: *Histoire générale des sciences.* T. I—III, Paris, 1957;
7. A. Natucci: *Sviluppo storico dell'aritmetica generale e dell'algebra,* Napoli, 1950;
8. И. Кедровский: *Взаимосвязь философии и математики в процессе исторического развития од Фалеса до епохи возрождения,* Издательство Киевского университета, 1973; *Взаимосвязь философии и математики в процессе исторического развития от епохи возрождения до начала XX века,* „Вища школа", Киев, 1974;
9. A. F. Monna: *Functional analysis in historical perspective,* Utrecht, 1973;
10. F. Le Lionnais: *Les grands courants de la pensée mathématique,* Cahiers du sud, Paris, MCMXLVIII;
11. А. Колмогоров: *Математика,* Большая советская энциклопедия, Т. 38, Москва, 1938;
12. А. Александров: *Математика,* Философская энциклопедия, Т. 3, Москва, 1964;
13. F. Klein: *Le programme d'Erlangen* (Collection »Discours de la méthode«), Gauthier-Villars, Paris, 1974;
14. R. Courant and H. Robbins: *What is Mathematics* (превод са енглеског на руски), Москва, 1967;
15. *Mathematics in the modern world,* Scientific American (Зборник чланака о савременој математици истакнутих америчких математичара), New York, 1964;
16. E. F. Beckenbach: *Modern mathematics for the engineer,* New York—Toronto—London, 1956;
17. H. Hankel: *Vorlesungen über die complexen Zahlen und ihre Functionen,* Leipzig, 1867;
18. N. Wiener: *Cybernetics or control and communication in the animal and the machine* (превод са енглеског на српскохрватски), ICS, Београд, 1972;

19. P. Goujon: *Mathématiques de base pour les linguistes,* Hermann, Paris, 1975;

20. A. V. Gladkij und I. A. Melčuk: *Elemente der mathematischen Linguistik,* VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1973;

21. S. Marcus: *Poetica Matematica* (превод са румуњског на српскохрватски), Нолит, Београд, 1974;

22. H. Weyl: *Symmetry* (превод са енглеског на руски), Москва, 1968;

23. M. B. Lapierre: *Qu'est-ce que la mathématique moderne?,* Journ. de Math. T. XLIII, Fasc. 3, 1964;

24. A. Мостовский: *Современное состояние исследований по основаниям математики,* Успехи математических наук, T. IX, вып. 3 (61), Москва, 1954;

25. F. Gonseth: *Les mathématiques et la realité,* Paris, 1936; *La méthode axiomatique,* Paris 1938; *Die Dialektisierung der Erkenntnis,* Eidgenössische Technische Hochschule, Zürich 1943;

26. *Logique et Mathématiques,* Travaux du IX Congrés international de philosophie T. VI, Paris 1937;

27. H. Freudanthal: *Logique mathématique appliquée,* Collection de logique mathématique XIV, Paris 1958;

28. G. Ricci: *Il pensiero matematico impronta latente nel mondo d'oggi,* Atti del settimo congresso dell'Unione matematica italiana, Roma 1965;

29. K. Schröter: *Die Tragweit und die Grenzen der axiomatischen Methode,* Deutsche Zeitschrift für Philosophie 4, Berlin 1957;

30. *Математика, ее содержание, методы и значение* T. I, II, III, AH CCCP, Москва 1956;

31. A. Fraenkel: *Einleitung in die Mengenlehre,* Dover publications, New-York 1946;

32. F. Waisman: *Introduzione al pensiero matematico* (превод са њемачког на италијански Ludovica Geymonata), Torino 1941;

33. J. Kuntzmann: *Où vont les mathématiques?,* Hermann, Paris 1967;

34. E. Le Roy: *La pensée mathématique pure,* Presses universitaires de France, Paris 1960;

35. Đ. Kurepa: *Matematički modeli u prirodnim i društvenim naukama,* Dijalektika 2, Beograd 1966;

36. Ž. Marković: *Kako matematika stvara svoje teorije,* Glasnik matematičko-fizički i astronomski, Serija II, T. 1, № 2, Zagreb 1946;

37. M. Петровић: *Елементи математичке феноменологије,* СКАН, Београд 1911; *Феноменолошко пресликавање,* СКАН, Београд 1936;

38. Б. В. Гнеденко: *Об источниках нового в математике,* Dijalektika 3, Beograd 1971;

39. M. Bertolino: *Matematika i dijalektika,* Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd 1974;

40. A. Denjoy: *Aspects actuels de la pensée mathématique,* Paris 1938;

41. V. Devidé: *Značaj i mjesto suvremene matematike u modernoj znanstvenoj misli,* Encyclopedia moderna 26, Zagreb 1974;

42. S. Barker: *Filozofija matematike* (prevod sa engleskog na srpskohrvatski), Nolit, Beograd 1973;

43. J. Hintikka: *The philosophy of mathematics,* Oxford university press, London 1969;

44. J. Cavaillès: *Philosophie mathématique,* Hermann, Paris 1962;

45. Ю. А. Петров: *Математическая логика и материалистическая диалектика,* Издательство Московского Универзитета, Москва, 1974;

46. G. Casanova: *Mathématiques et materialisme dialectique,* Editions sociales, Paris 1947;

47. G. Bachelard: *La philosophie du non,* Paris 1949;

48. V. I. Lenjin: *Filozofske sveske* (prevod sa ruskog na srpskohrvatski), Kultura, Beograd 1955;

49. A. N. Vajthed: *Nauka i moderni svet* (prevod sa engleskog na srpskohrvatski), Nolit, Beograd 1976;

50. H. L. Dreyfus: *Šta računari mogu* (prevod sa engleskog na srpskohrvatski), Nolit, Beograd 1977;

51. N. Čomski: *Gramatika i um* (prevod sa engleskog na srpskohrvatski), Nolit, Beograd 1972;

52. E. Stipanić: *Le principe de la permanence de Hankel à la lumière de l'évolution historique de la notion du nombre depuis le nombre naturel jusqu'au nombre imaginaire,* Vesnik Društva matematičara i fizičara NR Srbije V, 1—2, Beograd 1953; *Le principe de la permanence dans les mathématiques et la négation de la négation,* Actes du deuxième Congrès international de l'Union internationale de philosophie des sciences II, Zürich-Neuchatel 1955; *Uno sguardo sull'evoluzione storica del concetto di funzione nella matematica,* Actes du VIII congrès international d'histoire des sciences, Firenze 1958; *Математика и филозофија,* Филозофија III, 1, Београд 1959; *Феноменологија Михаила Петровића,* Дијалектика 2, Београд 1966; *Енгелсов суд о Декартовој улози у развитку математике* (с посебним освртом на развитак математике данас), Дијалектика 3, Београд 1966; *Математизација науке и праксе,* Дијалектика 3, Београд 1966; *Међународни конгрес математичара у Москви* (16. VIII—26. VIII 1966), Математички весник, књ. 3 (18), св. 4, Београд 1966; *Осврт на математички принцип перманенције као методолошки принцип,* Дијалектика 1, Београд 1970; *XIII међународни конгрес историје наука,* Дијалектика 2, Београд 1971; *Математичке теме на XIII међународном конгресу историје наука,* Математички весник, књ. 8 (23), св. 3, Београд 1971; *Кеплер и модерна наука,* Дијалектика 4, Београд 1971; *Декартова координатна метода,* Дијалектика 3, Београд 1972; *Ојлерова математичка анализа,* Дијалектика 1, Београд 1973; *Коперникова визија свемира и модерна наука,* Дијалектика 2, Београд 1973; *Гаусова теоријска и примењена математика,* Дијалектика 3, Београд 1973; *Математика и марксистичко образовање,* Библиотека — Марксистичко образовање наставника, Завод за уџбенике и наставна средства, Математички институт, Београд 1973; *Марксистичко образовање и настава математике,* Настава математике I (XXIII), 1, Нова серија, Београд 1974; *Математика и марксизам као филозофија науке,* Симпозијум Марксизам — математика и природне науке, Београд 1974; *О међудејству математике и опште друштвене праксе,* Настава математике III (XXV), 1, Београд 1976; *Математика и стварност,* Библиотека — Марксистичка дијалектика и природне науке, Рад, Београд 1976; *Математика и њени токови развоја у општој друштвеној пракси,* Трећи програм (Јесен, 1976), Бр. 31, Радио-Београд 1976; *The relations of philosophy and mathematics in the process of historical development from the Renaissance to the beginning of the XX century,* By O. I. Kedrovski, Kiev (Vishcha Shkola), 1974, Historia Mathematica Vol. 3, pp. 344—350, 1976; *Математичко образовање и општа култура,* Просветни преглед (23 — XII), Београд 1977; *Математичко образовање као елемент опште културе,* Студија за монографију Савремени проблеми школског математичког образовања, Институт за педагошка истраживања, Београд 1977; *О математичкој интуицији и њеној улози у настави и уџбенику математике,* Зборник радова са Саветовања о уџбеницима и наставним средствима као чиниоцима унапређења наставе математике, Завод за уџбенике и наставна средства, Београд 1977; *Историја и филозофија математике,* Дијалектика 4, Београд 1977; *History and philosophy of mathematics as a subject of the regular curriculum at the Scientific — Mathematical University of Belgrade,* Historia Mathemati-

ca Vol. 5, № 3, pp. 342—345, 1978; *О математичкој интуицији*, Настава математике V (XXVII), 1, 2, Београд 1978; *Међународни конгрес математичара у Хелсинкију* (15. VIII—23. VIII, 1978), Математички весник, књ. 2 (15), св. 4, Београд 1978; *Куда иде математика?* (Поводом међународног конгреса математичара у Хелсинкију, 15. VIII—23. VIII, 1978), Дијалектика 4, Београд 1978.

Ernest STIPANIĆ

## LES MATHÉMATIQUES ET LA VISION DU MONDE

### Résumé

1. Le présent ouvrage traite la pratique sociale en tant que source des notions et théories mathématiques. On comprend comme pratique sociale générale: l'activité pratique et journalière de l'homme d'une part, et la pratique des sciences et des techniques, des arts et de la philosophie de l'autre, dont l'homme se sert dans sa découverte des lois de la nature, de la société, de son raisonnement et de sa vie spirituelle en général, ainsi que pour contrôler et maîtriser ces lois. Donc, il est question du travail dans son ensemble, en tant qu'activité humaine pratique (comprise dans un sens plus restreint) et théorique (comprise dans un sens plus large), qui sont toutes les deux socialement conditionnées. On souligne le rôle particulier des mathématiques dans la corrélation entre *la réalité et l'homme*, analysée dans l'évolution des mathématiques et de la pratique sociale générale.

2. L'évolution des modèles mathématiques se manifeste à partir de l'abstraction de la réalité, en passant par une suite de gradations *dialectiques*, de l'abstraction du plus bas degré à l'abstraction du plus haut degré. Ces gradations sont caractérisées par une généralisation *dialectique* des notions et théories mathématiques. Cette généralisation trouve son support gnoséologique dans le *Principe dialectique de la négation de la négation*, où la *synthèse dialectique* des notions contraires, suivant la relativité dialectique des notions du particulier et du général, est un des moments essentiels des méthodes mathématiques de la création des notions et théories. Un tel abord ontologique et gnoséologique des notions et théories mathématiques, fondé sur les faits de leur vraie genèse et évolution, conduit à la solution *matérialiste* et *dialectique* des dilemmes ontologiques et gnoséologiques principaux qui se révèlent dans la corrélation *des mathématiques et de la réalité*. C'est dans ce sens que, dans l'édification d'une vision du monde progressive, scientifique et philosophique, les mathématiques jouent un rôle de plus en plus important. Les mathématiques deviennent pour ainsi dire »la conscience« de la connaissance de la réalité, et non seulement »l'instrument« de cette connaissance, bien que les méthodes des différentes sciences ne puissent en aucune façon être suppléées par les méthodes mathématiques, puisque cela conduirait à un idéalisme particulier, à savoir le *mathématisme*, exprimé dans l'attitude d'une »toute-puissance« des mathématiques.