

## **2D ANALIZA RASHLADNOG POTENCIJALA PODZEMNIH VODA PODGORICE**

*Esad Tombarević<sup>1</sup>, Milan Šekularac<sup>2</sup>*

### **SAŽETAK:**

Procjenjuje se da podzemne vode Podgorice na dubini od oko 30 do 40 m imaju protok od oko  $3 \text{ m}^3/\text{s}$  i konstantnu temperaturu  $12\text{--}14^\circ\text{C}$ . Kada bi se podzemna voda koristila u procesu hlađenja i pri tome se njena temperature povisila za samo  $2^\circ\text{C}$ , njen rashladni potencijal višestruko bi prevazilazio potrebe Podgorice za hlađenjem.

U radu je prikazana pojednostavljena 2 D analiza rada dvobunarskog sistema, kod kojeg se hladna voda uzima iz jednog bunara i nakon prolaska kroz razmjenjivač toplove vraća u drugi. Pokazuje se da se strujno polje može aproksimirati kao potencijalno. Jednačina prenosa toplove kroz porozno tlo riješena je numerički i na osnovu evolucije temperaturskog polja su izvedeni odgovarajući zaključci. Razmjenjivač toplove radi u *on/off* režimu, tj. uzima se da se toplotno opterećenje javlja 12 h u toku dana i posmatra se period od tri mjeseca. Razmatrana su dva posebna slučaja: prvi kada je pumpa koja prebacuje vodu iz jednog bunara kroz izmjenjivač toplove u drugi bunar uključena sve vrijeme, i drugi kad je pumpa isključena u periodu kada ne-ma toplotnog opterećenja.

Ključne riječi: *podzemne vode, rashladni potencijal, dvobunarski sistem*

### **1. UVOD**

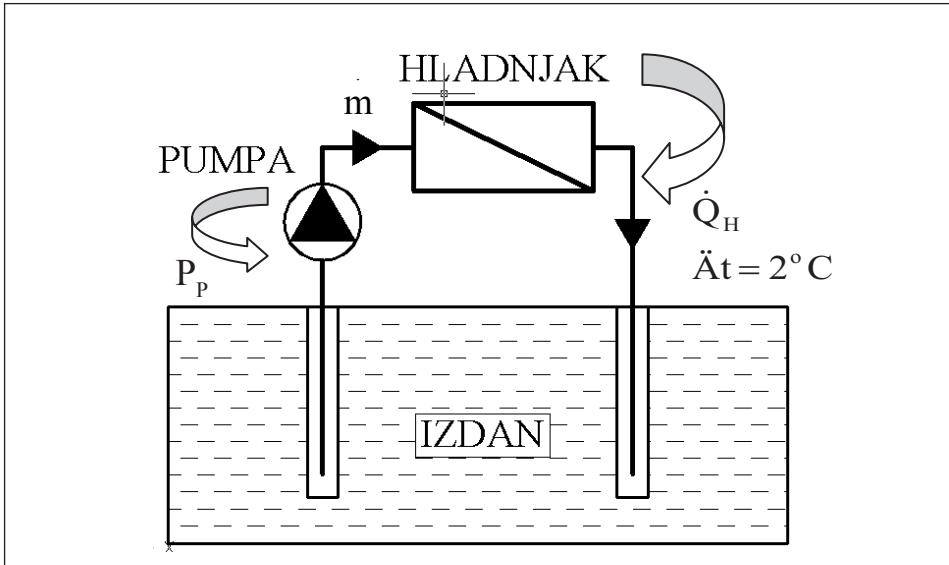
Procjenjuje se da u Podgorici na dubini od oko 40 m ima dovoljno vode koja može da posluži za hlađenje. Procjenjuje se da je protok podzemnih voda oko  $3.15 \text{ m}^3/\text{s}$ , a da je temperature  $12$  do  $14^\circ\text{C}$ . U slučaju direktnog korišćenja rashladnog kapaciteta podzemnih voda, voda bi se pomoću obične pumpe ispumpavala iz zemlje, potiskivala kroz odgovarajući razmjenjivač toplove I ponovo vraćala u zemlju. Shema jednog takvog postrojenja data je na slici 1.

Ako se u navedenom procesu hlađenja temperatura vode povisi za samo  $2^\circ\text{C}$ , rashladni kapacitet podzemnih voda Podgorice bi bio:

---

<sup>1</sup> Esad Tombarević, Univerzitet Crne Gore, Cetinjski put bb, esadt@ac.me

<sup>2</sup> Milan Šekularac, Univerzitet Crne Gore, Cetinjski put bb, milans@ac.me



Slika 1. Shematski prikaz korišćenja rashladnog potencijala podzemnih voda

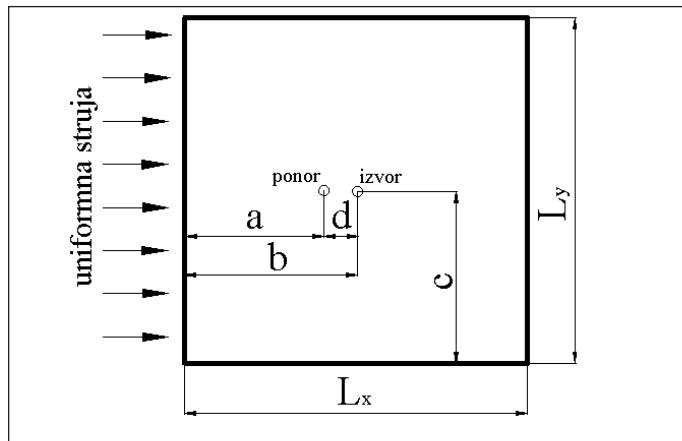
$$\dot{Q} = m \cdot c \cdot \Delta t = 3150 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot 4.18 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \cdot 2\text{K} = 26334 \text{kW} \quad (1)$$

Ako se hladna voda koristi tokom tri mjeseca u godini, to znači da je rashladni potencijal podzemnih voda Podgorice približno 58 GWh/god. Za 2020. godinu procjenjuje se da su potrebe Podgorice za rashladnom energijom 10 GWh/god [1]. Dakle, rashladni potencijal podzemnih voda Podgorice višestruko prevazilazi njene potrebe.

## 2. FIZIČKI I MATEMATIČKI MODEL I NUMERIČKO RJEŠENJE

Interesantno je odrediti kakvo je temperatursko polje u nekom posmatranom domenu. Ako se hladna voda uzima na jednom mjestu (ponor), i nakon prolaska kroz razmjenjivač toplote kao topla vrati na mjesto koje se nalazi nizvodno (izvor), na nekom rastojanju  $d$ , valja odrediti kakav će biti kombinovani uticaj konvekcije i difuzije na temperature u domenu. Mjesto na kojem se topla voda vraća treba da je dovoljno daleko od mesta na kojem se uzima. Domen koji se razmatra je skiciran na slici 2. Da bi se odredilo temperatursko polje, potrebno je riješiti energijsku jednačinu, koja kad se svede na oblik generalne transportne jednačine ima oblik:

$$\overline{\rho c} \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho_v c_v u T - \bar{\lambda} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho_v c_v v T - \bar{\lambda} \frac{\partial T}{\partial y} \right) = 0 \quad (2)$$



Slika 2. Domen koji se razmatra

gdje su:

$\bar{r} \bar{c}$  – proizvod gustine i specifične toplotne mješavine vode i šljunka,

$\Gamma$  – koeficijent provođenja toplotne mješavine vode i šljunka,

$r_v$  – gustina vode,

$c_v$  – specifična toplota vode,

$u$  i  $v$  – komponente prividnih brzina u pravcu  $x$  i  $y$ ,

$T$  – temperatura.

Jednačina (2) je diskretizovana metodom kontrolisanih zapremina [3]. Nestacionaran član je diskretizovan po implicitnoj shemi, a konvektivni članovi po *upwind* shemi.

Ako se prepostavi da je strujanje potencijalno, onda možemo da definišemo funkciju potencijala  $\varphi$ , tako da se komponente prividnih brzina  $u$  i  $v$  u svakoj tački mogu odrediti kao izvodi funkcije potencijala u tim tačkama:

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y}. \quad (3)$$

Za slučaj ravanskog strujanja sa uniformnom strujom prividne brzine  $u_o$ , izvorom i ponorom izdašnosti  $Q$  (Slika 2), funkcija potencijala brzine ima oblik:

$$j = u_o \times x \left( \frac{Q}{2p} \times \frac{x-a}{\sqrt{a^2 + c^2}} + \frac{Q}{2p} \times \frac{x-b}{\sqrt{b^2 + c^2}} \right), \quad (4)$$

pa su brzine  $u$  i  $v$ :

$$\begin{aligned} u &= u_o \frac{Q}{2p} \times \frac{x \square a}{\square(a^2 + \square c^2)} + \frac{Q}{2p} \times \frac{x \square b}{\square(b^2 + \square c^2)}, \\ v &= \frac{Q}{2p} \times \frac{y \square c}{\square(a^2 + \square c^2)} + \frac{Q}{2p} \times \frac{y \square c}{\square(b^2 + \square c^2)}, \end{aligned} \quad (5)$$

gdje su:

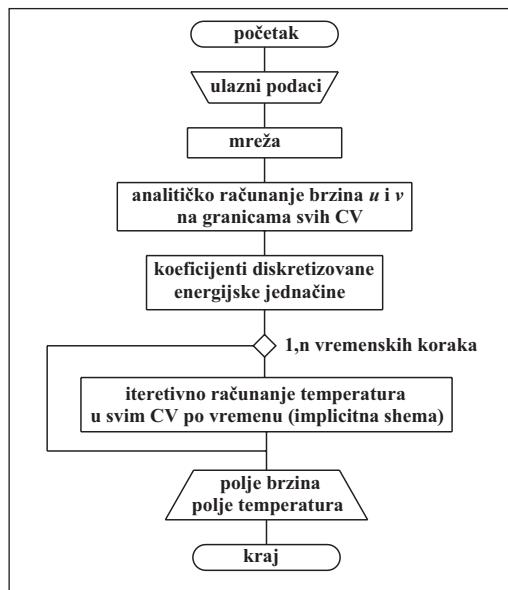
$(a, c)$  i  $(b, c)$  – koordinate izvora i ponora [2].

Ovim analitičkim izrazima možemo da odredimo vrijednosti prividnih brzina  $u$  i  $v$  u svim tačkama domena, pa i vrijednosti  $u_e$ ,  $u_w$ ,  $u_n$  i  $u_s$  na granicama svih kontrolisanih zapremina, koje nam figurišu u konvektivnim članovima diskretizovanim po *upwind* shemi.

Konačno, diskretizovana jednačina ima oblik:

$$\begin{aligned} a_p T_p &= a_E T_E + a_W T_W + a_N T_N + a_S T_S + a_p^o T_p^o \\ a_E &= \lceil -\frac{\square y}{\square x} + \max(c_v c_e u_e \square y, 0) \rceil \\ a_W &= \lceil -\frac{\square y}{\square x} + \max(c_v c_w u_w \square y, 0) \rceil \\ a_N &= \lceil -\frac{\square x}{\square y} + \max(c_v c_n v_n \square x, 0) \rceil \\ a_S &= \lceil -\frac{\square x}{\square y} + \max(c_v c_s v_s \square x, 0) \rceil \\ a_p^o &= \frac{r c \square x \square y}{\square t} \\ a_p &= a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^o \end{aligned} \quad (6)$$

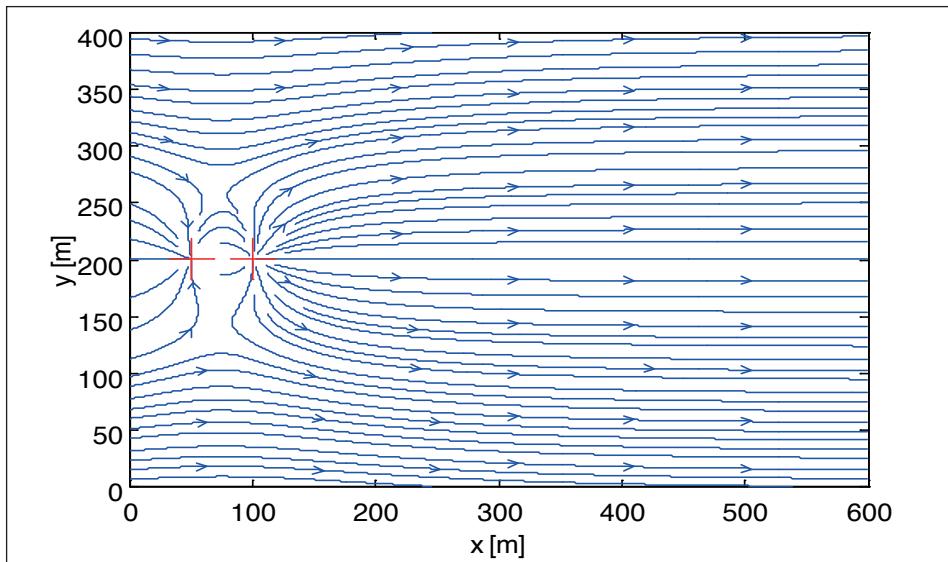
Uzeti su Dirichletovi granični uslovi, tj. prepostavljeno je da se dovoljno daleko od ponora temperatura ne mijenja i da iznosi 12 oC. Ovaj sistem algebarskih jednačina rješava se nekom od uobičajenih iterativnih metoda, npr. Jacobi iterativnom metodom. Algoritam proračuna dat je na slici 3.



Slika 3. Algoritam proračuna

### 3. REZULTATI I DISKUSIJA

Ulagani podaci za proračun se oslanjaju na naučno-istraživački projekat Ministarstva prosvjete i nauke Crne Gore „Energetska efikasnost procesa u urbanim sredinama“. Prividna brzina uniformne struje podzemnih voda je  $u_o = 10^{-5} \frac{m}{s}$ . Za rashladno postrojenje kapaciteta  $200 \text{ kW}$  kod kojeg se temperatura vode mijenja za  $2^\circ\text{C}$  potreban je protok od  $24 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{s}$ . Kako se voda crpi preko perforirane cijevi dužine 5 m, onda je protok po metru dužine cijevi  $Q$ , koji ulazi u izraze za brzine (5)  $Q = 4.78 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{s}$ . Neka su koordinate ponora (mjesta gdje se voda uzima)  $(a, c) = (50.5, 200.5)$  i izvora (mjesto gdje se voda vraća)  $(b, c) = (100.5, 200.5)$ , tj neka je rastojanje između izvora i ponora  $d = 50 \text{ m}$ . Strujno polje za ove podatke dano je na slici 4. Uzeto je da su dimenzije domena  $L_x \times L_y = 600 \times 400 \text{ m}$ . Na desnoj granici gdje voda napušta domen koji se posmatra nisu poznate vrijednosti temperature. Međutim, za kontrolisane zapremine koje se nalaze uz desnu granicu domena koeficijent  $a_E$  je zbog smjera strujanja vode mnogo manji od koeficijenta  $a_W$  pa na vrijednost temperature u posmatranoj kontrolisanoj zapremini najveći uticaj ima vrijednost temperature u susjednoj zapadnoj kontrolisanoj zapremini. Stoga informacija o temperaturi na izlazu iz domena nije od značaja. Uzeto je da je vremenski korak integracije  $\Delta t = 2 \text{ h}$  i posmatran je interval od tri mjeseca. Za prostorni korak integracije uzeto je  $\Delta x = \Delta y = 0.5 \text{ m}$ .

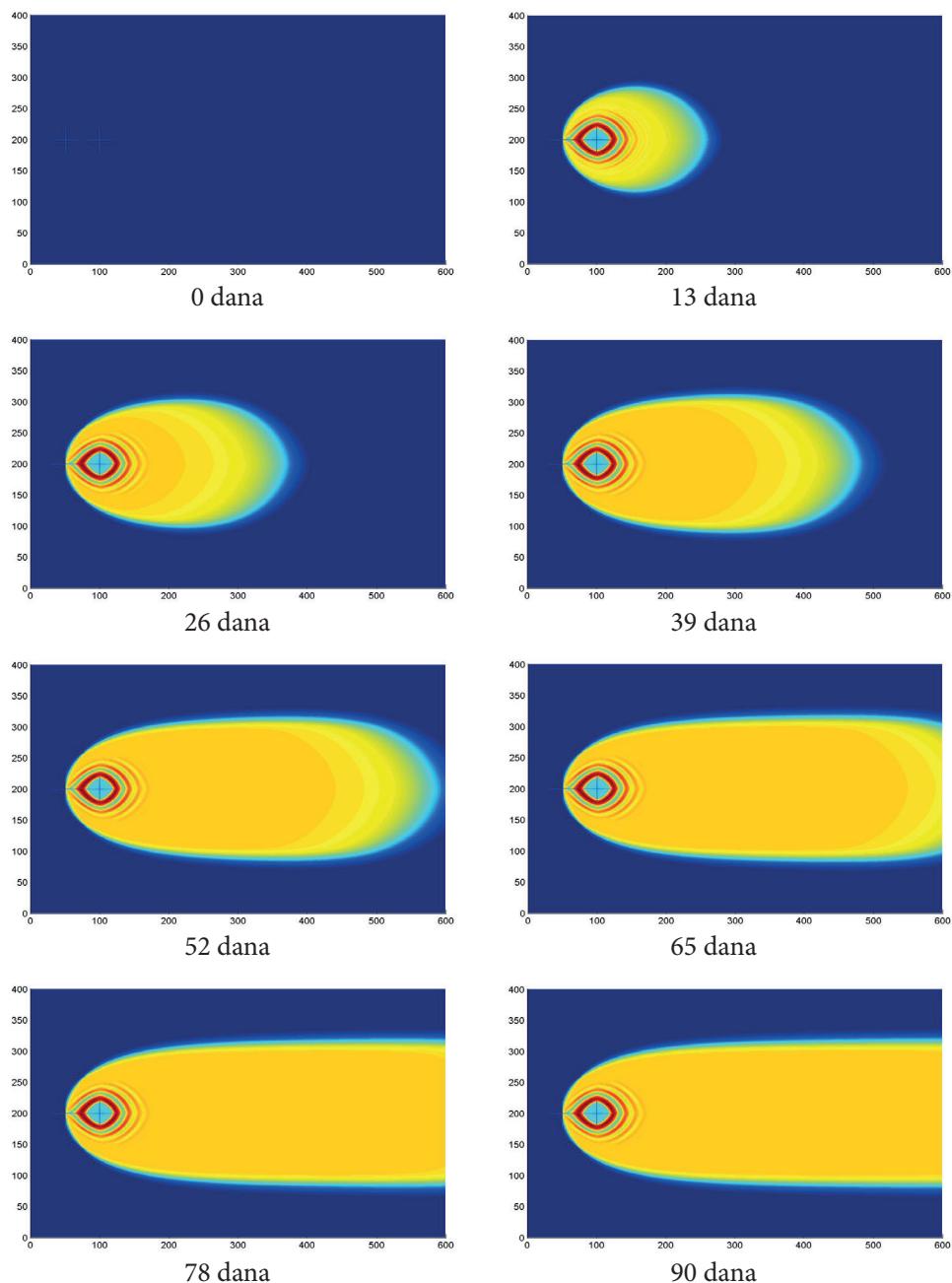


Slika 4. Polje brzina

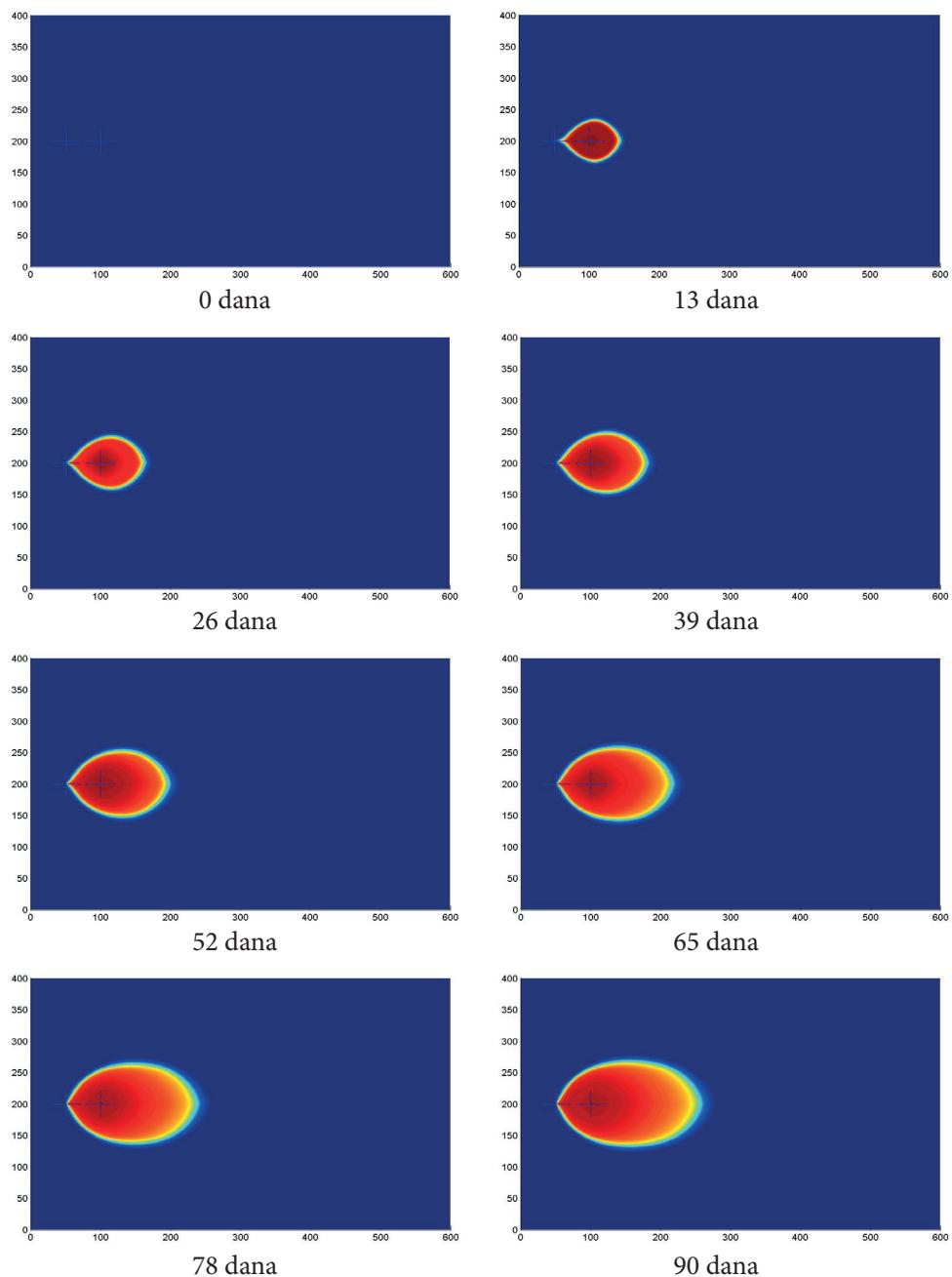
Potrebe za rashladnom energijom imaju periodičan karakter. U toku od jednog dana imamo potrebu za hlađenjem 12 h, a u sledećih 12 h nemamo, što znači da razmjenjivač toplove radi na *on/off* principu. Za vrijeme od 12 h kada razmjenjivač toplove radi, voda pri prolasku kroz njega se zagrije za 2°C i vraća na mjesto koje se nalazi 50 m nizvodno od mjesta na kojem je uzeta. U ovom radu su razmatrana dva posebna slučaja: prvi kada je pumpa koja prebacuje vodu iz jednog bunara kroz razmjenjivač toplove u drugi bunar uključena sve vrijeme, i drugi kad je pumpa isključena kada nema toplotnog opterećenja.

Na slici 5 su za prvi slučaj prikazana temperaturska polja u domenu u nekoliko trenutaka u toku rada sistema u periodu od tri mjeseca (plava boja predstavlja najnižu temperaturu od 12°C, a crvena najvišu temperaturu). Ideja je da pumpa za vrijeme dok je razmjenjivač toplove isključen prebacuje hladniju vodu u oblast povišene temperature i na taj način vrši njen hlađenje. U poslednjem vremenskom koraku za koji je temperaturno polje prikazano na slici, razmjenjivač toplove je bio isključen. Zbog toga je temperatura na mjestu na kojem se voda vraća jednaka temperaturi na mjestu na kojem se voda uzima (plava boja). Oko tačke sa koordinatama (100.5, 200.5) vidi se prsten crvene boje (topla voda) koja je posljedica rada razmjenjivača toplove u prethodnih 12 h kada je on bio uključen.

Poređenja radi sa prvim slučajem, na slici 6 su za drugi slučaj (pumpa radi samo kad radi i razmjenjivač toplove) prikazana temperaturska polja u domenu u nekoliko trenutaka u toku rada sistema u periodu od tri mjeseca. Vidi se da se „oblak“ povišene temperature u toku vremena širi i pomjera nizvodno.

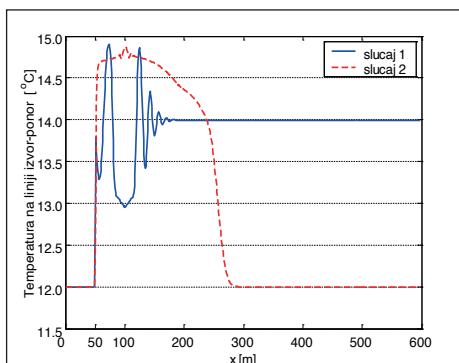


Slika 5. Temperature u domenu u nekoliko trenutaka vremena – slučaj 1  
(pumpa radi bez prekida)

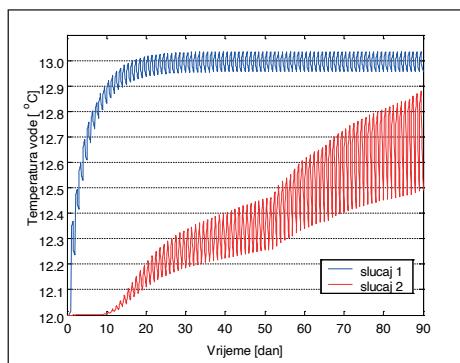


Slika 6. Temperature u domenu u nekoliko trenutaka vremena – slučaj 2  
(pumpa ne radi kad je razmjenjivač topline isključen)

Radi poređenja dva navedena slučaja, na slici 7 su date temperature na liniji koja spaja izvor i ponor na kraju posmatranog vremenskog perioda od 90 dana. Takođe, na slici 8 je za isti period vremena data za oba slučaja promjena temperature vode koja se usisava u tački sa koordinatama (50.5, 200.5) i prepumpava do razmjenjivača toplove. Ova voda nastaje miješanjem hladne vode uniformne struje koja dolazi sa lijeve strane i tople vode iz razmjenjivača toplove, koja dolazi sa desne strane (slika 4). Zbog periodičnog rada razmjenjivača toplove, temperatura vode koja se potiskuje pumpom ka njemu oscilira u toku vremena. Za slučaj kada pumpa radi bez prekida (slučaj 1) temperatura vode dostiže 13°C i oscilira sa malom i konstantnom amplitudom. U slučaju kad pumpa ne radi, kad ne radi razmjenjivač toplove (slučaj 2) i temperatura vode i oscilacije temperaturu se povećavaju u toku vremena, ali na kraju posmatranog vremenskog intervala ne dostižu 13°C kao u prvom slučaju.



Slika 7. Temperatura na liniji izvor-ponor



Slika 8. Temperatura vode na ulazu u razmjenjivač toplove

#### 4. ZAKLJUČAK

Analizom dva navedena slučaja pokazano je da se sa stalnim radom pumpe za vodu (i u toku noći, kad razmjenjivač toplove ne radi), ne postiže očekivani efekat hlađenja podzemlja. Postiže se upravo suprotno – zbog postojanja „kratke veze“ u kojoj voda struji suprotno od smjera uniformne struje, u toku noći, kad razmjenjivač toplove ne radi, topla voda se kratkom vezom ponovo vraća na mjesto usisa. Kasnije u toku dana ova voda prolazi kroz razmjenjivač toplove gdje se zagrije za dodatnih 2°C. U slučaju kad pumpa ne radi, u toku noći, „oblak“ povisene temperature se pomjera sa uniformnom strujom nizvodno, tako da je temperatura vode na usisu niža. U budućoj analizi bilo bi interesantno odrediti kakav je uticaj rastojanja  $d$  između bušotina na kojima se voda uzima i vraća. Takođe, detaljnije proučavanje može da daje odgovor na pitanje koji je optimalan položaj više ovakvih dvobunarskih sistema da bi se toplota predala okolini na optimalan način.

## LITERATURA

- [1] N. Kažić, M. Radulović, V. Ivanović, „Rashladni potencijal podzemnih voda Podgorice”, *Zbornik radova međunarodnog naučnog skupa Alternativni izvori energije i budućnost njihove primjene*, Budva, 2007.
- [2] H. Rouse, *Fluid Mechanics for Hydraulic Engineers*, Dover Publications, New York, 1961.
- [3] S. V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, New York, 1980.

## 2D ANALYSIS OF THE COOLING POTENTIAL OF GROUNDWATER OF PODGORICA

### ABSTRACT

It is estimated that groundwater of Podgorica at a depth of about 30 to 40 m have a flow-rate of about  $3 \text{ m}^3$  and a constant temperature of 12-14°C. If the ground water is used in the cooling process and if its temperature is risen for only 2°C its cooling potential is several times greater than the actual cooling need of Podgorica.

This paper presents a simplified 2D analysis of two well system, in which cold water is taken from one well and after passing through the heat exchanger is returned into another. It can be shown that the flow field can be approximated as potential. The equation of heat transfer through the porous soil is solved numerically and based on the evolution of temperature field some conclusions are derived. Heat exchanger operates in *on/off* mode, ie. it is taken that heat load occurs 12 h during the day and the period of three months is considered. Two particular cases are analyzed: first when the pump that transfers water from one well through the heat exchanger to another well is turned on all the time, and the other case when the pump is turned off in the period when there is no heat load.

Key words: *groundwater, cooling potential, two well system*