Војин Дајовић

МАТЕМАТИКА И ПРИМЈЕНЕ МАТЕМАТИКЕ ДАНАС

За данашњи степен развоја науке и друштва у многоме је карактеристичан снажан развој математике и њен продор у широки спектар физике, астрономије, хемије, биологије, техничких наука и многе области друштвене праксе.

1. Посматрајући глобални развитак математике можемо уочити да нове математичке теорије, као и математика у цјелини, укључују у себе и претходна њена достигнућа, проширујући их, допуњавајући, уопштавајући и прецизирајући их, што, међутим, није неко просто слојевито нагомилавање или слагање чињеница и теорија, већ је то прогресивни процес у којем неминовно долази до суштински квалитативних промјена, било поступних било скоковитих.

Поједине велике етапе у развоју математике не могу се строго раздвојити једна од друге, али се ипак у историји математике јасно истичу појаве појединих математичких теорија и области које означавају прекретницу у том развоју. Тако је, на примјер, послије епохалних открића каква су била нееуклидске геометрије и Галоаова (E. Galois) теорија група и послије кристализације анализе, појава Канторове (G. Cantor) теорије скупова седамдесетих година прошлог вијека означила почетак савремене математике, у којој се проширују постојеће и рађају нове математичке теорије и откривају нове области математике, дијелом инспирисане и подстицане потребама других наука и снажног, дотле неслућеног технолошког развоја друштва.

2. Шта је то савремена математика? Да ли је то математика настала у току посљедњих десет или двадесет година, да ли је то математика овог вијека, или се под тим подразумијева математика настала у току посљедњих сто двадесет пет година? Напоменимо одмах да, ако бисмо узели кратак временски интервал од 10-20 година, имали бисмо у виду само један низ достигућа, која - чак и посматрана у широком спектру - не би одразила заједничка својства карактеристична за савремену

математику, а истовремено би је одвојила од математике непосредно претходног периода.

Огроман је развитак математике и њених примјена у XVIII и XIX вијеку. Током XIX вијека је, почев од Гауса (C.F. Gauss) и Кошија (A.Cauchy) и завршавајући са Вајерштрасом (K. Weierstrass), завршено строго заснивање математичке анализе, а и геометрија је строго заснована. Такође, у XIX вијеку су настале знатно дубље промјене у самоме предмету математичких истраживања, а не само у методама; на то је у посљедњој четврти тог вијека утицала Канторова теорија скупова, која је отворила нову могућност да се скупови схвате и уграде у основе нових концепција о предмету математике. Од тада математику карактерише широки развитак великих нових теорија које су израсле на тлу тих нових представа и концепција.

Током посљедњих сто година математика је у свом развитку доживљавала импулсе и изнутра и споља, то јест и у самој себи и од других наука и праксе. Када говоримо о развоју математике у њој самој и из ње саме, морамо имати у виду и дубоко међусобно прожимање појединих њених теорија и дисциплина, из чега су произлазиле неке нове теорије и дисциплине; таква прожимања називамо интердисциплинарношћу у самој математици. На другој страни, низ савремених интердисциплинарних и мултидисциплинарних истраживања у другим наукама и пракси окарактерисан је значајним учешћем не само математичког апарата него и актуелних математичких теорија, при чему ове теорије често налазе у тим истраживањима мотиве за чисто математичка апстрактна истраживања.

Почетак савремене етапе у развитку математике карактеришу дубоке промјене у свим њеним класичним главним областима: анализи, алгебри и геометрији. Принципијелно нов развој геометрије -њеног предмета, метода и области њених примјена - означен је у почетку појавом геометрије Лобачевског, а затим Римановом општом идејом (B.G. Riemann) о појму простора и Клајновим (F. Klein) повезивањем геометрија као математичких теорија одговарајућих простора са теоријом група. У исто вријеме, и алгебра се снажно развијала: теорија група је продрла у анализу, геометрију, физику, кристалографију, итд. а предмет алгебре, који је у претходној етапи био, добрим дијелом, рјешавање једначина, сада постају алгебарске операције. Тиме је алгебра добила ширину у дјеловању на друге области математике и на разне примјене.

Прецизирање појма промјенљиве и појма функције у вези са теоријом скупова и теорија мјере створило је плодно тле за даљни развитак анализе. На таквом новом тлу анализе, математичкој физици и новом развитку геометрије никла је и развила се нова и плодна област математике - функционална анализа. Када је ријеч о примјенама, анализа је дала нове методе за рјешавање проблема механике, док је функционална анализа дала методе за рјешавање нових проблема математичке физике, атомске физике, квантне механике.

Од средине друге половине XIX вијека математика се снажно и широко развијала и није престала да се развија и данас у правцу својих апстрактних појмова и метода, као и у правцу својих примјена; ту математику називамо савременом математиком. Које су најопштије карактеристичне црте савремене математике?

То је, прије свега, огромно проширење предмета математике и области њених примјена. Затим, савремену математику карактерише стварање нових уопштенијих појмова, нових апстракција вишег степена, а управо тиме се обезбјеђује и поткрепљује јединство разгранатих математичких дисциплина. Најзад, треба навести и ону карактеристичну црту савремене математике која се састоји у дубљој анализи њених основа, анализи узајамне зависности њених појмова, структури њених посебних теорија, анализи начина извођења математичих доказа и закључака. Другим ријечима, у савременој математици проширене су методе, односи међу појмовима, креирање генералнијих објеката у алгебри, геометрији, анализи, теорији вјероватноће и другим областима. Настале су и нове дисциплине: функционална анализа, топологија, математичка теорија оптималног управљања, теорија поузданости, математичка кибернетика, математичка логика, алгебарска геометрија, и друге, а дисциплине из претходних периода су се и даље стабилизовале и развијале.

3. У савременој етапи свог развитка математика се ослањала на богато насљеђе из претходне етапе, у којем су се издвајала крупна достигнућа трајне вриједности, која су остала значајне тековине човјечанства. Једно од тих великих достигнућа је Њутнов општи закон гравитације, који се математички изражава познатом једноставном формулом

$$P = f \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

утврђујући да је сила P међусобног привлачења маса m_1 i m_2 у васиони директно пропорционална њиховом производу и обрнуто пропорционална квадрату њиховог растојања r .Тим законом природе, којем се покорава цијела васиона, одгонетнута је она загонетка планетског кретања коју су астрономи почев од античких времена па све до Њутнова времена покушавали да ријеше. Генијално Њутново откриће омогућило је да се објасне оне испољене неправилности у кретању Мјесеца и планета, да се објасне нутација Земљине осе и прецесија равнодневица (коју је још прије н.е. констатовао грчки астроном Хипарх), да се да механичко и геометријско тумачење облика Земље, да се појава морске плиме и осеке објасни као непосредна посљедица међусобног привлачења Сунца и Мјесеца. Показало се да тај закон важи и за комете и сва небеска тијела изван Сунчевог система. Послије много вјекова посматрања, мјерења и описивања положаја неких небеских тијела, тек је на основу Њутновог закона и одговарајућих диференцијалних једначина кретања планета човјек био у могућности да израчуна, да прати у прошлости, садашњости и будућности положај планета, облик њихове путање и међусобни положај планета и њихових сателита, као и да открије нове планете (Нептун и Плутон). Из тог величанственог закона природе никла је једна нова наука - небеска механика; постао је темељ за проучавање космоса и развитак космогоније и космонаутике.

Њутнов закон представља изванредно јасан и једноставан примјер математичког изражавања једног универзалног закона природе, а наведена достигнућа, остварена, у суштини, на темељу тог закона, показују да без прецизног количинског изражавања тог закона не бисмо могли да га примјењујемо и користимо (на примјер, ако бисмо закон механике знали само у квалитативном облику, не бисмо га могли користити за израчунавање путање планете, итд.). Треба овдје истаћи да је коришћење математичке анализе у небеској механици подстакло нове примјене математичких метода у изучавању неких проблема физике првенствено у хидродинамици (D. Bernoulli) и теорији треперења жице (L. Euler, J.D'Alembert). Сва та појединачна истраживања у првим деценијама XIX вијека створила су базу за значајна испитивања и резултате Лапласа (P. Laplace) и Поасона (C. Poisson) у теорији привлачења, Фуријеа (Ch. Fourier) у теорији провођења топлоте, Кошија у теорији еластичности, Френела (Fresnel) у таласној теорији свјетлости. Тако је настала нова дисциплина у којој се математичким методама изучавају физичке појаве - математичка физика.

Као што је већ истакнуто, у првој половини XIX вијека - дакле у периоду који је непосредно претходио етапи савремене математике - развиле су се у свој својој ширини анализе са великим бројем огранака, геометрија и алгебра, па је, природно, предстојало њихово темељно заснивање, а упоредо с тим отварале су се и потребе за новим њиховим примјенама. С овим посљедњим у вези навешћемо један значајан и карактеристичан примјер из физике. Још је Фарадеј (M. Faraday) у области електромагнетних појава експериментално утврдио низ нових чињеница и одатле оштроумно извео квалитативне законе формулишући их математички за неке једноставније случајеве, а то је Максвелу (E. Maxwell) дало идеју да открије и математички формулише општи закон који повезује магнетне и електричне силе и да брзине њихових промјена изрази системом диференцијалних једначина. Ове Максвелове једначине електродинамике не само што су представљале генерализацију чињеница које је Фарадеј експериментално утврдио него су омогућиле да се, на том теоријском плану, отворе нова истраживања, од којих бисмо на првом мјесту истакли закључак о егзистенцији електромагнетних таласа који се распростиру брзином свјетлости; на тај се начин могла објаснити електромагнетна природа свјетлости, а такође открити веза између оптичких и електромагнетних карактеристика материје.

Овдје не можемо не споменути препондерантни утицај математике на развитак физике, а посебно на битне области физике које је немогућно раздвојити од одговарајуће математичке теорије. Зато ћемо навести ријечи америчког физичара Ф. Дајсона (F. Dyson) у његовом раду „Математика и физичке науке".*

Мјесто математике у физичким наукама не може се одредити једанпут за увијек. У свим скретањима и заокретима у развитку физике остаје непромјенљив један фактор - превасходна улога математичког представљања. Узајамна веза математике са цјелокупном науком исто толико је богата и разнолика као што је то и садржај науке. У свим скретањима и заокретима у развитку физике непромјенљив остаје један фактор - превасходна улога математичког представљања. Свако стољеће давало је предност неком свом правцу у науци и изграђивало свој стил у математици. Међутим, сваки пут када су постизани крупни успјеси у физици, физику су све дубље савладавали захваљујући синтези емперијског посматрања и чисто математичке интуиције. Математика је за физичара не само инструмент помоћу којег он може квантитативно да опише било коју појаву него и главни извор представа и принципа на основу којих се рађају нове теорије".

Навешћемо и један примјер настанка математичке теорије која се, с једне стране, продужила и разгранала и наставила да се и данас трајно развија, а с друге, примјењује се у више области физике. То је Риманова теорија аналитичких функција.

Наиме, Риман је, полазећи од чињенице да реални и имагинарни дио аналитичке функције задовољавају диференцијалну дводимензиону Лапласову диференцијалну једначину

$$\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = 0$$

*Математика в современном мире, стр. 112. Москва 1967.

примијенио у теорији функција идеје и методе које су се развиле у математичкој физици у вези са рјешењима тродимензионе Лапласове једначине

$$\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} = 0$$

Ова једначина, као што је познато, има фундаменталну улогу у теорији привлачења, у вези са проблемом равнотеже електрицитета на проводницима, при проучавању кретања течности, провођења топлоте, тока електричне струје. Риман је испитивао, преносећи идеје математичке физике, како се одређује аналитичка функција под одређеним контурним условима; при том се ослањао на тзв. Дирихлеов принцип, што је изазвало Вајерштрасове сумње у поузданост Риманових закључака. Међутим, Д. Хилберт је строго доказао правилност Римановог закључивања у развијању теорије о којој је ријеч.

На овом мјесту ћемо кратко указати на једну значајну грану теорије комплексних функција - на геометријску теорију комплексних функција. Риманове идеје у вези с аналитичким функцијама имале су велики утицај на даљњи развитак теорије функција и са њом повезаних дисциплина. Данас се оне области теорије функција које потичу од Римана обједињују под заједничким именом геометријска теорија функција, која је, са своје стране, утицала на формирање неких простих идеја и појмова топологије; обрнуто, теорија аналитичких функција све чешће се повезује са топологијом, користећи од ње неке методе и идеје.

Такође, при испитивању алгебарских функција показало се да битну улогу ту има коришћење тополошких својстава тзв. Риманових површи, које су систематски испитиване крајем прошлог и почетком овог вијека, када су Анри Поенкаре (H. Poincaré) и други математичари изградили зграду топологије углавном на бази интуиције. Тај рад је био тијесно повезан са теоријом група и нашао је примјену у другим областима математике, а значајно је дјеловао на подизање математике на виши степен апстракције, па самим тим и на проширивање њихових области примјене. Резултати ове теорије користили су се у небеској механици, специјално у прецизирању облика планетских орбита.

Теорија група, коју смо поменули, само се у себи стално развијала током посљедњих 180 година и истовремено налазила огромне и значајне примјене у другим математичким дисциплинама и другим наукама, при чему је увођењем, појма групе увијек била постизана јасност и јединство релевантне проблематике. У том смислу треба, између осталог, истаћи значајну класификацију различитих геометрија коју је седамдесетих година прошлог вијека извршио Ф. Клајн, а коју је засновао на инваријантности неких одређених геометријских својстава датог простора (скупа тачака) у односу на различите групе трансформација.

Теорија група нашла је значајне примјене у рјешавању конкретних проблема физике елементарних честица. Успјех теорије група у предвиђању егзистенције нових елементарних честица свједочи како апстракције помажу у тражењу реалних истина.

У претходном излагању указано је на само неколико примјера дубоке везе математике и других наука (задржали смо се на физици и небеској механици): на то како је, са својим апстракцијама и методама, математика улазила у конкретне проблеме ових наука, обрнуто, како је она у конкретним проблемима реалности налазила инспирацију и подстицај за стварање нових апстрактних теорија.

4. При проучавању разних проблема и појава, математичаре интересују количинске промјене везане за ток тих појава и логичке везе међу релевантним појмовима и њиховим карактеристикама. Математичка логика, која се на почетку ове скоро стогодишње етапе развитка савремене математике развила не само као посебна дисциплина него и као метода логичког заснивања математике, стекла је током овог вијека, а особито за посљедње четири деценије, многе важне примјене. С тим у вези истакнимо широко коришћење математичке логике приликом конструисања математичких машина и програмирања рачунских и логичких проблема за аутоматско управљање процесима.

Познато је колико су се захваљујући рачунарима развиле стваралачке могућности математике и могућности њених примјена. Појавили су се нови путеви у развитку формалних језика повезани са рачунарском техником и у коришћењу рачунара за аутоматско управљање производним процесима и коришћењу информационих система у циљу рјешавања економских и организационих проблема, као и разних проблема науке и технике. Јасно је међутим, да се процес управљања производњом реализује не само помоћу формалних језика већ и на бази обликовања одговарајућег математичког модела саме појаве или процеса. Зато су изјаве да нам, кад већ имамо рачунаре, није потребно све више математичких знања, крајње игнорантске и веома штетне.

Током посљедњих седамдесет година, развитку астрономије и математике, а у првом реду физике, знатно је допринијела теорија релативности, која је објединила основне физичке и геометријске категорије: простор, вријеме, енергију и материју. Астрономија је углавном постала механика и физика космичког простора. У овом вијеку се родила идеја о изучавању и освајању космоса помоћу ракета, космичких станица и вјештачких сателита Земље. Човјек је у том циљу ступио на Мјесец, а на Марс и Венеру лансирао је истраживачке лабораторије. Математика је постала органски повезана са астрономијом и космонаутиком, што са своје стране подстиче математику да даље развија своје методе и ствара нове дисциплине.

У организацији производње, у тражењу начина који омогућују оптимално коришћење постојећих ресурса, неопходност да се ресурсима - материјалним, људским, енергетским - рационално управља довела је, поред осталог, до стварања нових математичких дисциплина: линеарног и нелинеарног програмирања и теорије масовног опслуживања. Такође, проблеми управљања процесима - биолошким, економским у техничким, на примјер, - довели су до стварања нових дисциплина: динамичког програмирања и теорије оптималног управљања, гдје су се најприје појавили радови Р. Белмана, односно Л. Понтрјагина и В. Болтјанског.

У биолошким наукама, у овом вијеку су се користиле и користе се многи стимулативни утицаји како са стране хемије и физике тако и са стране технике, која је нудила бројне могућности експеримената. Бавећи се све више унутрашњим проблемима ћелије као основе животних процеса, биологија изучава принципе регулисања животних процеса и управљања тим процесима, и то како у појединачним ћелијама и организмима у цјелини тако и у биолошким срединама, то јест у заједничком животу мноштва на одређен начин повезаних организама.

Математизација природних наука и технике данас је у снажном успону, и та чињеница у многоме карактерише науку и технику нашег времена. Успјеси науке и технике, зато, зависе у знатној мјери од тога колико се успјешно користи математички стил мишљења, колико се успјешно формирају математички модели процеса у природи, односно техничких појава и процеса у индустрији и техничкој пракси уопште, и са колико се спретности и успјеха користе математички апарат и методе.

На линији неопходности управљања процесима у савременој науци и разним видовима друштвене праксе створена је и широко се развила - и у теорији и у примјенама - наука о управљању - кибернетика. Кибернетика третира логичке, математичке, техничке, биолошке, економске, медицинске и друге проблеме и обухвата више од двадесет својих посебних области, а под математичком кибернетиком се подразумијевају цјелокупни математички апарат и математичке методе који се у кибернетици користе. Кибернетичка тенденција, то јест настојање да се активно дјелује на природу, на људско друштво, и да се њима управља појавило се још у оним далеким почецима свјесног развоја људског друштва; међутим, прошло је много времена од појаве елемената кибернетичког мишљења до представа о могућности егзистенције кибернетике као науке. Те идеје су најприје настале и нашле свој израз у дјелима А. Ампера (A. Ampère) 1894. године: у његовој свеопштој класификацији наука појавила се и једна нова - наука о управљању државом коју је он назвао кибернетиком и која се на тај начин нашла укључена у област политичких наука. - Треба напоменути да термин кибернетика потиче још од Платона, који га у својим дјелима користи да би означио вјештину управљања бродом, вјештину кормиларења, а потом је једног дана употријебљен у значењу управљања људима.

Данас, математичка кибернетика обухвата, у првом реду: теорију информација, теорију програмирања, теорију аутомата и теорију игара, њени прости фундаментални појмови су: информација, обратна веза, модел, алгоритам, оптимизација, поузданост.

5. Да би се стекао макар летимичан увид у темпо стваралаштва математичара за посљедњих сто година, то јест у етапи савремене математике, навешћемо сљедеће. Према подацима узетим из часописа Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik, Bd 12, 1880, у години 1880. реферисано је 1467 математичких радова од 830 математичара. У реферативном часопису Mathematical Reviews za 1948. годину приказано је 4367 радова од 2833 математичара, а 1974. године 22500 радова од 18200 математичара. Процјењује се да је 1988. године реферисано преко 30000 радова од близу 30000 математичара. Сви радови из математике, штампани у око 1000 математичких часописа и реферисани у једном од реферативних часописа - Mathematical Reviews или Математическиј реферативниј журнал - класификовани су у педесет математичких дисциплина, међу којима су: математичка логика и заснивање математике, теорија скупова, теорија група, алгебра, реалне функције, комплексне функције, простори аналитичких функција, диференцијалне једначине, функционална анализа, варијациони рачун, оптимално управљање, геометрија, диференцијална геометрија, општа топологија, глобална анализа на многострукостима, теорија вјероватности, математичка статистика, стохастички процеси, нумеричка анализа, компјутерске науке (укључујући и аутоматику), теорија информација, итд. Свака од ових области грана се у пет до шест ужих дисциплина, а тај спектар свих области и дисциплина по правилу се из године у годину шири, јер се савремена математика одликује како стварањем нових својих теоријских области и дисциплина тако и све већом експанзијом својих примјена, па се тешко може данас указати област, дисциплина или

грана математике која не може наћи примјене у огромном растућем скупу проблема праксе. Зато и нема смисла строго дијелити математику на теоријску и примијењену, јер математика није тако подијељена, већ се то математичари по својим интересовањима и стваралаштву дијеле на тзв. теоретичаре и тзв. примијењене математичаре, а и једни и други носиоци су прогреса математике у цјелини.

Знамо да многе области науке и праксе нијесу раније користиле математички апарат и математичке методе истраживања, а данас их нужно користе. А зашто? - Зато што чисто квалитативна испитивања природе, економије, организације производње итд. нијесу довољна, па, на примјер, аутоматизација технолошких процеса неизбјежно доводи до коришћења математике и, за узврат, са своје стране подстиче интересовање математичара за рјешавање нових проблема и за разраду нових метода испитивања и истраживања.

6. У развитку математике, природно, наилазимо на противрјечности које су њеним растом савлађиване и превазилажене. Огромни талас савремене математике иде напријед не обазирући се на конфликтне односе међу разним правцима заснивања математике, као што су: логицизам, интуиционизам, формализам, конструктивизам и други, „од којих сваки издваја у математици по једну од њених страна: везу с логиком, интуитивну јасност, формалну строгост, и томе слично, неосновано је увеличавајући, апсолутизујући њен значај, одвајајући је од реалности, па се ради дубље анализе само те једне црте математике губи из вида математика као цјелина" (А.Д. Александров). Штавише, и у оквиру једног истог теоријско-скуповног правца постоје међу собом искључиви приступи питању заснивања математике и критици горе поменутих праваца заснивања.

У школама тих праваца издвајају се различити, међу собом непомирљиви, па чак и конфликтни приступи заснивању математике. Тако је, с тих позиција, тридесетих година овог вијека истакнута идеја да се унификовано дјелује не само у заснивању него и у структурирању зграде математике.

Уједињена том идејом, формирана је 1937. године група истакнутих математичара, углавном француских, под псеудонимом N. Bourbaki, која је предузела да, пошто анализира основе, садржај и методе разних области и дисциплина математике, изврши њихово преструктурирање и аксиоматизује их на основу теорије скупова, а затим сваку од њих удјене у унапријед одређен спектар структура јединствене зграде математике, онакве какву је та група замислила. Група N. Bourbaki (C. Chevalley, H. Cartan, A. Veil. J. Dieudonné и др.) објавила је почев од 1939. године више од 40 књига у серији „Елементи математике". Основна замисао те едиције била је да се аксиоматици и математичким структурама да најзначајнија улога у савременој математици и њеном даљем развитку. У „Елементима" су регистровани значајни прилози из области алгебре, топологије, функционалне анализе, анализе и др., што је извршило снажан утицај на знатан дио математичара. Тај утицај, најизраженији 40-тих и 50-тих година, почео је 60-тих година осјетно, чак и нагло да слаби, а убрзо затим почео је да слаби и утицај бурбакиста на наставу математике, који је, на једној страни, јуришао да модернизује ту наставу, а на другој је школску математику изоловао од осталих школских предмета и примјена.

Бурбакистичка концепција није била општеприхваћена јер, упркос својим претензијама, тзв. Бурбакијева зграда математике није могла обухватити сву математику и њене примјене, нити унапријед одредити њен развитак у свим могућим правцима. То се показало и на Међународном савјетовању о развитку математике које је, на иницијативу проф. G. Birkhofa, организовала Америчка академија наука и умјетности 1974. године у Бостону и на којем је дошло до конфронтације са бурбакистичким концепцијама. Материјали овог Савјетовања (реферати и веома садржајна расправа) објављени су у Historia mathematica 1975, Том 2.

Основна теза коју је у свом излагању на Савјетовању заступао истакнути француски математичар Ж. Дједоне изражавала је, у односу на изворне концепције Бурбакија, нешто другачије сагледавање развитка савремене математике, наиме да прогресивни развитак у математици настаје углавном захваљујући стваралачком стапању двију или више математички дисциплина. Такви процеси се развијају и постепено, а јављају се не само у овом него и у прошлим стољећима. Ж. Дједоне је подвукао неке опште тенденције које, по његовом мишљењу, леже у основи процеса стапања математичких теорија и изазване су постојањем одређених центара атракције за научна истраживања у математици. Такви центри су проблеми чије рјешавање представља изазов за математичаре, као што су, на примјер, чувена 23 проблема које је формулисао и саопштио на Свјетском конгресу математичара у Паризу велики математичар Давид Хилберт.

Не прихватајући да је стапање о којем је говорио Ж. Дједоне једини и искључиви развојни пут у математици, G. Hauskins, из Бостона, указао је да развој математике често настаје захваљујући узајамном дејству идеја из различитих области математике, што пак не личи на поменуто стапање. Као примјер узајамног дејства идеја навео је Лебегов интеграл. Наиме, почетком 1890. године је за Риманову теорију интеграла дата формулација заснована на појму мјере, а Борелу је из сасвим других разлога - у вези с његовим радом о уопштеном аналитичком продужењу у теорији комплексних функција

- било потребно да појам мјере дефинише тако да мјера ма којег пребројљивог скупа буде једнака нули; Лебег је Борелов појам мјере искористио за своје уопштење појма интеграла.

Истичући да битна помјерања у развитку математике не настају само ступањем или узајамним дејством, односно прожимањем постојећих теорија, већ укључују у себе и стварање потпуно нових, оригиналних теорија и да је, мада такви случајеви нијесу чести, њихов утицај на математику огроман, Hauskins је навео два класична примјера: Галоаову теорију група и Канторову теорију скупова.

Галоаова теорија је израсла из проблема утврђивања услова под којима алгебарска једначина име рјешења у радикалима. Галоаово рјешење тог проблема није ни резултат стапања теорија ни преношења идеја једне теорије у другу, а утицај његове идеје на развитак математике у XIX и XX вијеку био је и јесте огроман. Канторова теорија скупова, коју су убрзо прихватили и даље развијали и други математичари, дубоко је дјеловала на развитак математике, иако ни она није била резултат неког стапања или прожимања постојећих теорија.

Ф. Браудер (Чикаго) је, као типичан примјер интердисциплинарног прожимања из којег је настала нова дисциплина, навео функционалну анализу, у којој су сједињене основне идеје и методе анализе, савремене алгебре и геометрије и чији је извор у проблемима конкретне анализе, а нарочито у оним који су се јавили у математичкој физици и класичној анализи. Говорећи о дјеловању функционалне анализе на математику XX вијека, Браудер је указао на гледиште које не придаје неки посебан значај структурама, а то значи да се оно не слаже са тенденцијом и концепцијом Бурбакија, већ је опречно овима. Та тенденција, која је четрдесетих и педесетих година давала тон многим дискусијама о приоритету и избору у изградњи математичких теорија, „састојала се у томе да се нарочити значај давао основама и аксиоматици математичког расуђивања" и настојала је да се „садржај различитих математичких дисциплине преструктурира на темељу теорије скупова". У току неколико деценија овог вијека, посебан значај аксиоматике и структура је за многе математичаре био постао кључно гледиште у теоријама којима су се бавили; то гледиште је достигло свој врхунац четрдесетих и педесетих година, да би, као што је већ поменуто, већ почев од шездесетих година почело нагло да слаби и губи свој утицај у више најважнијих области математичких истраживања. Браудер наводи примјер: педесетих година би се, када би се говорило о функционалној анализи, посебан значај давао - како је тада било уобичајено - структурама а не проблемима примјенама и извориштима; сада је пак, на овом Савјетовању - истиче Браудер - и сам Ж. Дједоне, некада истакнути члан групе Бурбаки, говорио о конкретним проблемима алгебарске геометрије и теорије бројева, док би педесетих година, насупрот томе, првенствено говорио о алгебарским структурама у тим дисциплинама.

Констатујући да је, глобално посматрано, на Савјетовању изражено јединство приступа развоју и изградњи математичких теорија - што се не би могло десити прије три деценије (сјетимо се оне раније непомирљивости гледишта о којој смо претходно говорили) - и да је то јединство супротно тенденцијама Бурбакија, Браудер подвлачи да је већ шездесетих година било постало неумјесно давати неки особити значај тим тенденцијама, којима су се многи креативни математичари све одлучније одупирали, док је заостајања било још само међу писцима уџбеника, што је изазвало озбиљне посљедице, и посебно, начинило збрку у области математичког образовања.

На крају, са своје стране можемо закључити да се математике и путеви њеног даљег развитка не могу ставити у неке унапријед утврђене оквире; штавише, досадашњи развитак математичких теорија и метода и њихових примјена, а нарочито с обзиром на савремену математику, утврђују нас у увјерењу да ће математика увијек налазити нове, раније неслућене путеве свог развитка.

Vojin Dajović

MATHEMATIQUES ET APPLICATIONS AUJOURD' HUI

Résumé

Un essai reduit sur la caractéristique du dévellopement des mathématiques et de leurs applications; spécialement, on parle des mathématiques contemporaines, des interconnections des disciplines mathématiques diverses, ainsi que des liens interdisciplinaires entre les mathématiques et d'autres sciences.

Le role et les applications des mathématiques, des leurs concepts et méthodes dans des procès technologiques différents, jusqu'aux investigations cosmiques. Le procès de plus en plus large de mathématisation des sciences est devenu une des caractéristiques génerales du développement contemporain des sciences.

Les concepts et les tendaces du développement des mathématiques, surtout de son fondament, ne permettent aucun fétichisme; le concept bourbaquiste, jouant pendant une trentaine d'annees (1937-1960) une large et considérable influence parmi les mathématiciene, s'est montré dépassé.